

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 OCTOBRE 1924.

PRÉSIDENCE DE M. GUILLAUME BIGOURDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **R. GAUTIER**, directeur de l'Observatoire de Genève et vice-président de la Section de Géodésie de l'*Union géodésique et géographique internationale*, qui assiste à la séance.

M. **ÉMILE PICARD**, en déposant sur le bureau un volume qu'il vient de publier, s'exprime en ces termes :

Je présente à l'Académie un volume portant le titre : *Mélanges de Mathématiques et de Physique*. Dans un livre paru il y a deux ans, intitulé : *Discours et Mélanges*, j'avais rassemblé des conférences et diverses notices relatives à l'histoire et à la philosophie des sciences. Je réunis aujourd'hui quelques études, qui n'avaient pas trouvé place dans ce volume; elles ont surtout pour objet des questions d'ordre général se rapportant aux sciences physico-mathématiques. J'y ai joint quelques recherches d'un caractère plus spécial, dont les conclusions peuvent cependant être dégagées de l'appareil analytique qui y a conduit.

Quoique de nature assez différente et de formes très diverses, les articles qui composent ce volume donneront peut-être une idée assez nette du rôle des mathématiques et des théories de la physique mathématique dans la science actuelle.

M. **A. LACROIX** offre à l'Académie le premier numéro du *Bulletin volcanologique*, organe de la Section de Volcanologie de l'Union géodésique et géophysique internationale.

Ce recueil, qui est trimestriel, publie des articles originaux et la bibliographie de tous les travaux concernant le volcanisme, compris de la façon la plus large.

Il est publié par M. Malladra, secrétaire général de la Section, sous le contrôle du Bureau de celle-ci.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'allotropie du verre.*

Note de M. **HENRY LE CHATELIER.**

Dans une Note précédente sur la viscosité du verre ⁽¹⁾ j'ai montré que la loi du phénomène pouvait être représentée en fonction de la température par la formule très simple

$$\text{Log Log } \eta = -Mt + P.$$

J'ai signalé de plus que l'extrapolation de cette formule au-dessous de 800°, limite inférieure des expériences de Washburn, sur lesquelles je m'étais appuyé, conduisait à des valeurs de la viscosité difficilement compatibles avec ce que l'on sait des conditions du recuit du verre. Pour expliquer cette discordance, j'ai invoqué l'existence de deux variétés allotropiques du verre possédant des lois différentes de variation de leur viscosité; j'ai signalé à cette occasion l'intérêt que présenteraient des expériences poursuivies aux températures inférieures à 800°.

Par une heureuse coïncidence, 15 jours après la publication de cette Note, un jeune savant anglais, M. S. English, donnait dans le *Bulletin de la Société technologique du verre* ⁽²⁾ un très important Mémoire sur ce sujet, avec de nombreuses mesures de viscosité s'étendant depuis 500° jusqu'à 1500°. En appliquant à ces nouvelles expériences la représentation géométrique de la formule du double logarithme, on voit de suite que l'ensemble de la courbe est constitué par deux droites inégalement inclinées, le passage de l'une des variétés à l'autre se faisant à des températures échelonnées entre 750° et 950° suivant la nature des verres. Cela confirme donc l'existence des deux variétés allotropiques du verre.

Le tableau numérique suivant donne, pour différents verres étudiés par

⁽¹⁾ H. LE CHATELIER, *Sur la viscosité du verre* (*Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 517).

⁽²⁾ S. ENGLISH, *The effect of composition on the viscosity of glass* (*J. of Society of Glass technology*, t. 8, 1924, p. 205).

Mr. English, le numéro de l'expérience, la composition moléculaire du verre, les paramètres M et P de la formule logarithmique et enfin la température de passage d'une variété à l'autre. La variété du verre stable à basse température est désignée par le symbole α et la variété stable à chaud par le symbole β .

Numéro du verre.	Composition moléculaire				Variété α		Variété β		Température de passage.
	SiO ₂ .	Na ² O.	MgO.	Al ² O ₃ .	M.10 ³ .	P.	M.10 ³ .	P.	
I.....	3	1	»	»	1,25	1,70	0,91	1,45	700 ⁰
II.....	3	0,7	0,3	»	1,08	1,65	0,73	1,35	900
III.....	3,6	1	»	0,2	1,11	1,66	0,61	1,19	950

Pour montrer le degré d'exactitude avec lequel la formule logarithmique coordonne les résultats des expériences, on a porté sur le tableau graphique ci-après les points expérimentaux relatifs à ces trois verres. Tous ces points s'alignent très nettement suivant les droites dont les paramètres sont donnés dans le tableau numérique.

On objectera peut-être que les deux droites formant un angle assez obtus, on pourrait obtenir une représentation également satisfaisante des expériences avec une courbe d'un grand rayon de courbure. Pour serrer de plus près cette discussion, je donne la comparaison entre les températures observées et mesurées directement. Il semble difficile d'obtenir un accord plus satisfaisant avec une courbe continue. Le calcul a été fait pour le verre n° III, en employant les paramètres donnés plus haut.

VERRE III: Variété α .

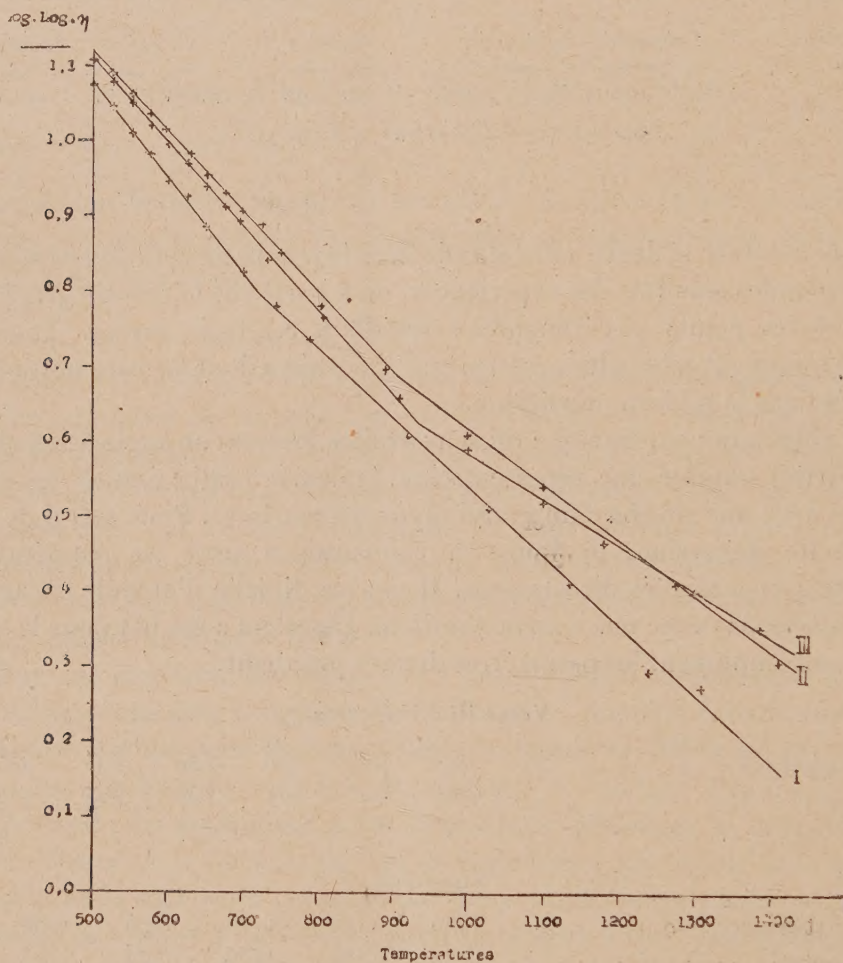
Expérience.....	500	552	600	650	695	805
Calcul.....	496	551	601	652	689	809
Différence.....	+4	+1	-1	-2	+6	-4

Variété β .

Expérience.....	1020	1100	1180	1275	1388
Calcul.....	1010	1100	1180	1274	1370
Différence.....	+10	+0	+0	+1	+18

Pour la variété stable à basse température, l'accord est plus satisfaisant qu'on ne pouvait l'espérer en raison des incertitudes sur la mesure des températures. Pour la variété stable à chaud, le désaccord à la température voisine de 1400° est un peu plus élevé, mais ne doit pas surprendre en raison de la grande difficulté de toutes les mesures faites à des températures aussi élevées.

Le verre donne donc lieu à un phénomène identique à celui que nous connaissons déjà pour le soufre. Il y a cependant une différence. Le soufre, en changeant d'état, éprouve en même temps une variation importante dans la valeur absolue de sa viscosité, tandis que dans le cas du verre, c'est



seulement la loi de variation de la viscosité en fonction de la température qui est modifiée:

Ce résultat doit être rapproché de l'anomalie de dilatation signalée par M. Lafon ⁽¹⁾ pour un certain nombre de verres qui présentent, entre 500°

⁽¹⁾ LAFON. *Anomalie dans la dilatation du verre* (*Comptes rendus*, t. 173, 1922, p. 955).

et 600°, un accroissement rapide du coefficient de dilatation. La déformation des échantillons résultant du ramollissement du verre n'avait pas permis de suivre le phénomène dans toute son étendue; on en avait seulement constaté le début.

MÉCANIQUE ET CHRONOMÉTRIE. — *L'hypothèse des techniciens et la méthode de Résal-Caspari.* Note (1) de M. JULES ANDRADE.

I. L'intérêt qui s'attache à l'évaluation de la précision d'horloges élastiques ou de balances spirales, dont je poursuis l'étude, réside surtout dans ce fait que la théorie rationnelle des organes élastiques réglants est loin d'être définitivement établie, comme jadis fut celle du pendule réglant des horloges, du moins avant l'introduction de la languette de suspension de Jurgensen.

Ce n'est que par un détour, d'abord imaginé par Résal, que j'ai pu aborder l'étude simultanée des efforts utiles et des pressions élastiques génératrice des frottements, — tous ensemble transmis par un ressort hélicoïdal unique à son balancier oscillant. J'avais d'abord adopté provisoirement une hypothèse d'origine assez vague qu'on peut appeler l'hypothèse des techniciens.

II. Avant de montrer comment l'on peut s'affranchir d'une hypothèse, trop tôt et brutalement appliquée aux ressorts hélicoïdaux, je rappellerai brièvement en quoi elle consiste, dans un cas où elle est admissible — dans le cas simple de la déformation élastique d'un *ruban cylindrique*, ayant comme forme primitive et naturelle d'équilibre : celle d'un secteur nécessairement non fermé, portion d'un cylindre de révolution.

La méthode de Résal vise en réalité le problème plan du *ressort circulaire déformé*, problème à propos duquel l'auteur s'intéressa, semble-t-il, au ressort du gros rouage des montres beaucoup plus qu'aux délicats ressorts réglants auxquels s'intéressent aujourd'hui chronométriers et métallurgistes.

III. Le problème du ruban cylindrique, dans le cadre des hypothèses de la résistance des matériaux, néglige la compression relative de la fibre moyenne; c'est à lui que s'appliqua tout d'abord la méthode de Résal-Caspari; ce dernier savant lui conserva une approximation suffisante pour

(1) Séance du 13 octobre 1924.

notre objet, mais avec des formules plus simples et plus maniables que celles de Résal.

De ces formules, j'ai dégagé une loi simple qui m'a servi de point de départ pour approfondir les propriétés des associations de deux ressorts conjugués formant le groupement ou *doublet* sinusoïdal.

Envisageons donc la *corde d'un ruban cylindrique*, c'est-à-dire la droite qui joint les extrémités de la courbe plane, fibre moyenne du ruban cylindrique, fibre arrêtée d'une part au point Q ou *piton* où elle s'encastre par une génératrice commune sur une portion de cylindre fixe, et d'autre part arrêtée au point virole W où elle s'encastre par une génératrice commune solidaire d'un balancier qui oscille autour d'un axe de rotation parallèle aux génératrices du ruban. Dans sa déformation élastique — déformation statique bien entendu — la fibre moyenne du ruban demeure dans un plan transverse et il n'y a à envisager dans ce *problème plan* que deux éléments essentiels du système des forces extrémales du ressort :

1° Un couple transverse d'encastrement;

2° Les forces complémentaires appliquées aux bouts terminaux Q et W de la fibre moyenne.

Ces dernières forces ont pour commune ligne d'action la corde WQ du ruban, et leurs sens, pour un angle d'écart u du balancier oscillant, *estimé positif dans le sens où le ruban se ferme*, sont les mêmes que si ces deux bouts terminaux W et Q se repoussaient mutuellement suivant la corde WQ avec l'intensité F :

$$F = \frac{EI}{R^2 P^2} u \left(1 + \frac{u - \sin \omega}{P} \right) \frac{WQ}{R}, \quad \omega = P + u;$$

rapportée aux éléments caractéristiques habituels d'un ressort dont R est le rayon et P l'étendue angulaire en radians.

Reste maintenant à passer d'un ruban cylindrique, où P est modéré, à un ressort hélicoïdal à spires nombreuses.

Pour ménager la transition, il est absolument indispensable de répondre tout d'abord à la question suivante relative au ressort circulaire de Résal.

Dans ce problème, qui sert de passage entre les approximations chronométriques et celles beaucoup moindres de la résistance des matériaux, quelle est pour une valeur donnée de P le maximum δ de la compression géométrique relative δ de la fibre moyenne ?

Problème facile, mais dont je ne saurais trop signaler l'importance.

S étant l'aire de la section transverse du ruban, dont l'épaisseur radiale

est ε , on a immédiatement $\delta \leq \frac{F}{E.S}$, d'où, eu égard à la valeur de F , à la semi-amplitude u_0 de l'écart d'oscillation, et à la valeur de WQ :

$$\delta < \frac{1}{6} \frac{\varepsilon^2}{R^2 P^2} u_0.$$

Pour fixer les idées, soient $\varepsilon = 1^{\text{mm}}$, $R = 10^{\text{mm}}$.

IV. *Transformation du problème.* — Vu la faible inclinaison des spires, acceptons la méthode de calcul de Résal pour déterminer la projection de la fibre moyenne d'un ressort hélicoïdal sur un plan transverse et cherchons, pour une semi-amplitude u_0 , la valeur de P qui assure une compression relative de la fibre moyenne moindre que $\frac{1}{10^6}$; on aura $\frac{1}{6} \frac{\varepsilon^2}{R^2 P^2} u_0 < \frac{1}{10^6}$ et pour $u_0 = \frac{\pi}{2}$ nous trouvons ainsi, pour un spiral de Le Roy, $P = \left(2n + \frac{1}{2}\right) \pi$, puis $n > 8,36$, soit $P = 9$ tours et quart.

Or mes doublets sinusoïdaux assurent au moment pendulaire qu'ils transmettent au balancier une régularité supérieure au millionième, dès que leur étendue angulaire P' atteint 16 tours et quart; en ce cas le rapport $\frac{P'^2}{P^2}$ est 3,12, d'où cette conséquence : l'emploi de ces doublets sinusoïdaux permet, au tiers d'un millionième près, l'emploi de la méthode de calcul de Résal.

Cette méthode nous offre donc toute sécurité pour la discussion des pressions élastiques, de leurs frottements consécutifs et de l'influence de ces frottements pour le maintien de l'isochronisme au millionième; j'ai fait connaître les résultats favorables de cette discussion, dans le cas où l'on admet l'hypothèse des techniciens.

Dans une prochaine Note je montrerai comment j'ai réussi à m'affranchir de cette hypothèse beaucoup trop spéciale, et probablement assez grossière pour les ressorts hélicoïdaux.

ASTRONOMIE. — *Sur l'éclipse totale de Lune du 14 août, observée à l'Observatoire de Ksara (Liban).* Note (1) de M. BERLOTY.

M. Esclangon (2) signale la gêne causée aux observateurs par le mauvais état du ciel à Strasbourg, au moment de l'éclipse; elle m'a suggéré

(1) Séance du 29 septembre 1924.

(2) *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 385

la pensée de faire part à l'Académie des observations faites à Ksara, où le ciel s'est présenté d'une manière favorable.

Nos observations comprennent la période de l'éclipse proprement dite et ont négligé la période de pénombre. Les heures sont notées en T. M. A. du deuxième fuseau oriental. Il y avait deux groupes d'observateurs; le P. Combier et moi, nous observions de la coupole de l'équatorial, en employant tour à tour l'équatorial de 20^{cm}, son chercheur de 80^{mm}, de simples jumelles et aussi l'œil nu. D'autre part, le P. Neyron, professeur de Chimie à la Faculté française de médecine de Beyrouth, se trouvant à Ksara pour quelques jours, a bien voulu nous faire profiter de son talent d'observateur précis. Assisté du F. Barrandon, il observait en plein air, sur la terrasse de l'Observatoire; ils employaient soit une lunette de 110^{mm} à vision redressée, soit des jumelles, soit l'œil nu.

Je cite d'abord des extraits des notes du P. Neyron. Afin de préciser ses observations, il a représenté le disque lunaire (en vision non renversée) par un cercle divisé en 16 secteurs, dont les extrémités radiales sont désignées par Z, 1, 2, 3; E, 4, 5, 6; N, 7, 8, 9; W, 10, 11, 12, les lettres Z, E, N, W indiquant respectivement les parties de la Lune tournées vers le zénith, l'est, le nadir et l'ouest.

8^h53^m40^s, échancrure de l'ombre nette en 5; — 8^h37^m, contour de l'ombre beaucoup plus sombre que le bord du limbe; — 8^h53^m, bord du limbe brun sépia, plus clair que le reste de l'ombre, — on voit, au croisement des droites 3-7 et 1-5 une *tache brillante* à travers l'ombre, on distingue confusément les contours des mers et montagnes; — 9^h2^m, contour du limbe orangé en forme de croissant plus large entre 5 et 6, — contraste entre la luminosité du bord du limbe et du reste de l'ombre moins accentué; — 9^h10^m, l'ombre s'étend de 2 à 9, le bord du limbe opposé au contour intérieur de l'ombre est bleu ardoisé, le reste est sépia; on distingue à l'intersection des lignes 12-7 et 3-W quatre taches brillantes, voisines et en ligne droite (direction 4-10), dont deux visibles à travers l'ombre; — 9^h15^m le bord du limbe en 5 devient nettement rougeâtre sur une calotte 4-6 de largeur $\frac{1}{6}$ du diamètre lunaire; — 9^h18^m, la calotte devient orangée; — 9^h30^m, la zone claire ne s'étend plus qu'au bord en 11, le disque est divisé en deux zones, l'une grise au-dessus de E-10, le reste orangé en dessous; — 9^h33^m, mince calotte verdâtre au bord du limbe suivant 1-10; — 9^h37^m, calotte verdâtre plus étendue : $\frac{1}{6}$ du diamètre lunaire; le reste roux; — 9^h45^m, la calotte verdâtre de 3 à 9- $(\frac{1}{6})$, cet aspect persiste longtemps, à l'œil nu la coloration paraît uniformément orangée rousse; — 10^h10^m,

grande inégalité de teinte, centre brun avec contour en couronne beaucoup plus clair, orangé en 5-W, sans coloration marquée mais plus lumineux à l'opposé en E-12; — 10^h45^m, la tache centrale se déplace vers W, la lunette la montre avec un contour très irrégulier; — 10^h50^m, la zone 3-E-4 s'éclaire beaucoup, le gris sombre est relégué sur une calotte large ($\frac{1}{3}$ au moins), peu étendue au bord (11-12), partie N orangée sans limites nettes; — 11^h5^m, toute la périphérie du limbe à E s'éclaire nuance vert d'eau (?), toute la calotte opposée devient rougeâtre; — 11^h10^m, fin du phénomène précédent, puis immédiatement et avec succession très rapide (1^m ou 2^m) la zone avoisinant le bord du limbe éclairé (E) est verte puis bleuâtre, tandis que *tout* le reste présente une teinte uniforme pourpre puis gris ardoisé; — 11^h15^m, trois zones parallèles : la première éclairée (bord E), la deuxième juxtaposée (largeur $\frac{1}{6}$) gris bleu, mais à peine bleutée, la troisième la plus large, gris roux; — 11^h18^m, deux zones seulement, la zone éclairée et le reste à peu près uniformément gris jaune, sauf le rebord 9-7 un peu roux; — 11^h25^m, en dehors de la partie éclairée on distingue parallèlement : une zone assez étroite bleu gris, une zone large jaune et une calotte (10-3) ($\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{5}$) pourpre; cet aspect dure très peu, 1^m environ; — 11^h28, toute l'ombre est sépia, la frange bleutée a disparu; — 11^h35^m, le liséré bleuté réapparaît incontestablement; aspect persistant à peu près jusqu'à la fin, qui survient à 12^h11^m. Les observations ont été faites à la lunette jusqu'à 10^h10^m, et ensuite avec les jumelles. Le disque complet de la Lune est resté visible à l'œil nu durant toute la totalité.

A ces observations détaillées, les observations que nous avons faites, le P. Combiér et moi, n'ajoutent que peu de chose. Tous nous avons remarqué la grande luminosité de la partie éclipsée, et, distingué, sans erreur possible, la tache blanche très nette au milieu de l'ombre. L'entrée dans l'ombre a été notée 8^h31^m29^s, teinte sombre, grise, à bord peu net; — 8^h41^m, ombre gris bleu, très peu sombre, le bord éclipsé de la Lune reste très net; — 9^h15^m, coloration rouge brique pâle très nette; — 9^h18^m, calotte orangée à la partie qui a mordu, irradiation de la partie brillante très nette; — 9^h45^m, la coloration orangée est de plus en plus belle, mais s'assombrit; — 10^h22^m, la calotte rouge sombre paraît entourée d'une bande plus claire et plus étroite du côté du début de l'éclipse; pendant la totalité, le ciel est resplendissant; — vers 11^h9^m39^s un filet blanc semble apparaître au bord NE; le bord de l'ombre est redevenu gris bleu, la calotte rouge s'éloigne vers SW, l'irradiation reparait; — 11^h30^m, près de la partie illuminée, l'ombre devient bleue, le reste tourne au jaune clair; — 11^h45^m, le liséré bleu très apparent,

peu large, disparaît brusquement; — 11^h54^m, teinte uniformément bleue avec une très petite calotte gris verdâtre; sortie de l'ombre 12^h9^m9^s.

Pendant l'éclipse, plusieurs étoiles ont été occultées et l'on a remarqué qu'elles se projetaient en apparence sur le disque lunaire au moment de leur disparition.

HYDROGÉOLOGIE. — *Les grands bassins artésiens des États-Unis.*

Note ⁽¹⁾ de M. ÉDOUARD IMBEAUX.

Je suis depuis longtemps avec le plus vif intérêt, en ce qui regarde l'hydrogéologie, l'œuvre colossale que le Geological Survey U.S. accomplit. Grâce aux milliers de puits et forages faits pour trouver l'eau, le gaz, le pétrole, la houille et les minerais, le Geological Survey a pu établir et publier à ce jour 520 *Water-Supply papers*, 747 *Bulletins*, 132 *Professional papers* (sans compter les *Annual Reports*, les feuilles descriptives du Geological Atlas et les travaux des groupements et des savants isolés pour chaque État). De ces documents, notamment des premiers, on peut déduire déjà une vue d'ensemble sur la situation des eaux souterraines, leur abondance, pression, qualité, etc., dans les différentes régions : c'est ce que O.-E. Meinzer est en train de faire dans un ouvrage en 6 parties, dont la première (*Occurrence of ground waters in United States*) vient de paraître. C'est déjà un résumé très serré, et il me faut ici le résumer encore bien plus.

Comme en Europe (bassin anglo-parisien, bassins de la plaine hongroise, de la plaine du Pô, etc.), les grands bassins artésiens aux États-Unis se trouvent dans les vastes cuvettes comprises entre les blocs archéens surélevés (*éléments positifs* de Bailey Willis) ⁽²⁾ et correspondent par suite aux *éléments négatifs* : les couches aquifères, redressées le long des flancs des massifs surélevés et y ayant leurs affleurements alimentaires, s'inclinent d'ordinaire vers le fond des cuvettes, et l'eau s'y met en pression entre les couches imperméables sus et sous-jacentes ⁽³⁾. Il y a souvent plusieurs nappes superposées, chacune ayant son allure propre (*courbes isopiézomé-*

⁽¹⁾ Séance du 29 septembre 1924.

⁽²⁾ *A theory of continental structure applied to North-America* (*Bulletin of Geol. Society of America*, vol. 18, 1907).

⁽³⁾ La pression va généralement en diminuant (elle s'use) quand on s'éloigne des affleurements alimentaires.

triques ou isopotentielles), et s'il y a lieu sa zone de jaillissement (là où le niveau piézométrique est plus élevé que la surface du sol).

Les éléments positifs étant :

Au Nord-Est, la *Laurentia*, gneiss et granit du *bouclier canadien* ;

A l'Est et Sud-Est, l'*Appalachia*, granit et roches intrusives ;

Au Centre, les *Montagnes Rocheuses* : du côté Est, chaînes granitiques des Bighorn M^{ains}, Laramie range, Front range, Sangre de Cristo range, avec prolongements sous le plateau du Colorado et les déserts de l'Arizona et du sud de la Californie et plus loin encore dans l'isthme de Tehuantepec (*élément mexicain*) ;

Enfin au Nord-Ouest, l'*élément Pacifique*, se prolongeant jusque dans l'Yukon vers le Nord : il est souvent recouvert par les roches intrusives (granodiorite) et volcaniques (d'âge miocène) dans la Sierra Nevada et une grande partie des États d'Oregon, Idaho et Washington.

Entre ces éléments positifs, les éléments négatifs seront :

A l'Est, entre les Appalaches et la mer (plaine côtière) ;

Au Centre, les grandes plaines entre la *Laurentia* au Nord, les Appalaches à l'Est et les *Montagnes Rocheuses* à l'Ouest ;

Au Nord-Ouest, la Prairie (étendue surtout au Canada) entre la *Laurentia* et l'*élément Pacifique* ;

Enfin à l'Ouest, le grand bassin de l'Utah, et plus au Sud les déserts du Far West.

La petite carte ci-après donne une idée de ces subdivisions et de la géologie des États-Unis : on se reportera, pour plus de détails à la belle carte géologique à $\frac{1}{5\,000\,000}$ (édition 1911), publiée par le Geological Survey U. S. pour l'Amérique du Nord.

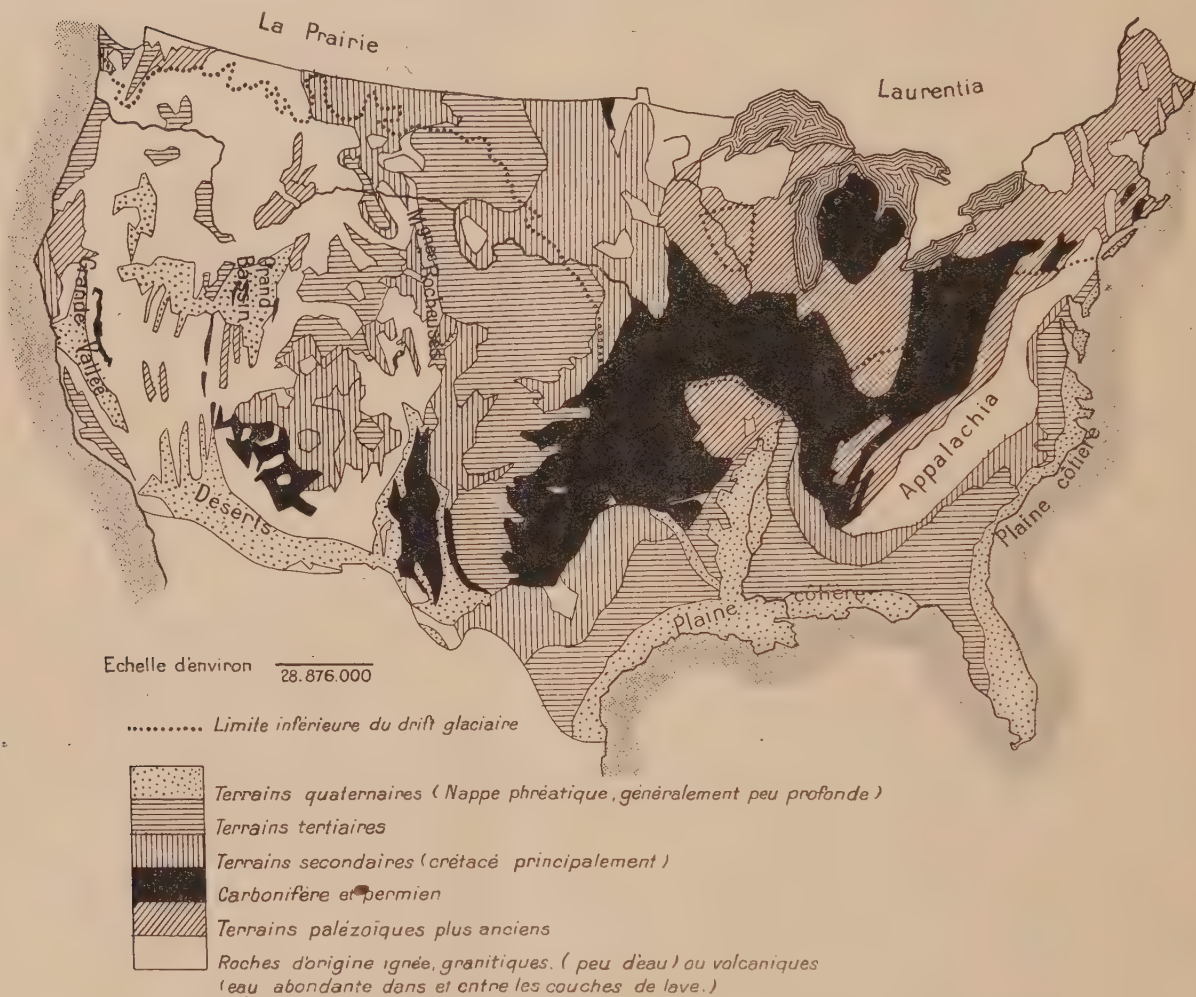
Mais les terrains sédimentaires sont souvent recouverts d'un manteau de terrains quaternaires, qui contiennent de l'eau généralement à faible profondeur. Nous devons en dire un mot au préalable :

Eau des terrains quaternaires. — En outre des alluvions des bords de la mer (plaine côtière), il faut distinguer :

a. Les dépôts d'origine glaciaire, produits des cinq glaciations successives qui se sont étendues sur le nord des États-Unis jusqu'à une ligne figurée à la petite carte ci-après. Ce sont le *till* et le *drift stratifié*, alternances de couches de sable et gravier aquifères et de couches argileuses : l'eau est abondante dans les premières et devient parfois artésienne sous les secondes.

b. Les dépôts d'origine lacustre. Ils occupent les grandes étendues des

anciens lacs, — lacs du Centre-Orégon ⁽¹⁾ (dans les roches volcaniques) et lacs Bonneville et Lahontan ⁽²⁾ du grand bassin de l'Utah, — et contiennent aussi de l'eau (souvent salée) dans les couches sableuses et grave-



leuses alternant avec des couches argileuses : cette eau devient généralement artésienne dans les fonds des dépressions.

c. Les dépôts d'origine fluviale. A des périodes beaucoup plus pluvieuses

⁽¹⁾ Les lacs actuels Malheur, Harney, Silver, Warner, Alkali, Abert, Summer, Goose, Rhett, Klamath et une foule de plus petits en sont les résidus.

⁽²⁾ Le Grand Lac Salé, le Petit Lac Salé, les lacs d'Utah, Sevier, Blue Lake, le Carson Sink, les lacs Humboldt, Pyramid, Honey, Walcker, etc., en sont les résidus.

qu'aujourd'hui, les fleuves ont entraîné d'importantes masses de débris rocheux, graviers, sables, dans le fond des vallées, telles que la *Grande Vallée de Californie* (vallées du Sacramento et du San-Joaquin), les vallées des *Basin ranges* (Utah et Nevada), les grandes surfaces désertiques du Sud-Ouest : Mohave désert, Colorado désert, Gila désert, Owens Valley, Death Valley), enfin les vallées du Colorado, de la Gila et de ses affluents, du Rio Grande, du Pecos, etc. Les couches de remplissage (*valley fill*) contiennent généralement de l'eau, surtout à leur partie inférieure (au contact avec la roche encaissante), et cette eau est souvent artésienne dans les parties basses (au voisinage des lacs desséchés, *flats* ou *playas*) : on doit donc y essayer des forages, mais souvent l'eau est chargée de sel ou d'alcali.

ZOOLOGIE. — *L'immigration des larves d'Anguille, dans la Méditerranée, par le détroit de Gibraltar.* Note (1) de M. JOHS SCHMIDT.

En 1921 et 1922, j'ai accompli sur le navire *Dana*, appartenant à la Commission danoise pour l'Exploration de la Mer, une expédition océanographique qui s'est étendue sur toute la largeur de l'Atlantique. Au début de cette croisière, vers le 1^{er} octobre 1921, je poursuivis pendant quelques semaines des recherches de part et d'autre du détroit de Gibraltar. Mes recherches biologiques eurent principalement pour objet l'étude de la faune pélagique.

Dans chaque station nous mîmes simultanément à la traîne généralement cinq grands filets horizontaux échelonnés à des profondeurs différentes. Le nombre des stations s'élève à 26, se répartissant sur trois zones : 1^o le golfe d'Espagne, à l'ouest de Gibraltar; 2^o la mer, au sud de la côte ibérique, entre Gibraltar et Oran; 3^o la Méditerranée, entre Oran et Alger (voir *fig. 1*).

Dans ces 26 stations, nous récoltâmes de 3000 à 4000 larves d'Apodes appartenant à 21 ou 22 espèces. Plusieurs de ces espèces ne se rencontraient que dans l'Atlantique à l'ouest de Gibraltar (zone I), d'autres uniquement en Méditerranée (zones II et III), tandis que d'autres enfin étaient communes à toute la région explorée. Dans cette Note je ne m'occuperai que des espèces appartenant à cette dernière catégorie.

(1) Séance du 13 octobre 1924.

Les larves en question ont été recueillies dans les couches superficielles, principalement dans celles comprises entre 0 et 100^m de profondeur, par suite dans des nappes, dont la direction générale est de l'ouest à l'est, c'est-à-dire, de l'Atlantique à la Méditerranée, par le détroit de Gibraltar.



Fig. 1. — Les stations du Dana.

Dans ces conditions, on devrait s'attendre à ce que les larves pélagiques de l'Atlantique soient entraînées dans la Méditerranée; par conséquent, étant donnée la croissance constante des larves, on devrait, semble-t-il, rencontrer les exemplaires les plus grands, par suite les plus âgés dans la zone orientale (zone III), et les plus petits, par suite les plus jeunes, dans la zone occidentale (zone I).

Or, sauf pour une seule espèce, il n'en est pas ainsi.

La figure 2 résume, sous une forme graphique, les récoltes de larves du Congre (*Conger vulgaris*) effectuées dans les trois zones considérées. Chaque trait représente un exemplaire, et sa longueur la taille de cet exemplaire en millimètres, suivant l'échelle portée sur les ordonnées. L'examen de cette figure montre que les larves les plus grandes ont été rencontrées dans la zone ouest (zone I) — leur taille moyenne s'élève en moyenne à 46^{mm} environ — et les plus petites dans la zone est (zone III) — leur taille moyenne dans cette zone est d'environ 25^{mm}.

Il est donc impossible que ces dernières larves aient été introduites en Méditerranée à travers le détroit par le courant venant de l'Atlantique. Si un tel transport se produisait, la distribution des larves en fonction de la taille serait inverse. Cette distribution prouve, au contraire, que l'on se trouve en présence de deux populations de Congres, l'une atlantique, qui fraie plus tôt ou qui, peut-être, a une croissance plus rapide, l'autre méditerranéenne, qui fraie plus tard.

Si j'ai pris pour exemple le Congre, c'est que, dans nos collections, cette espèce est la plus abondante, par suite qu'elle peut conduire à des conclusions biologiques plus certaines. Mais toutes les autres espèces communes aux deux zones, atlantique et méditerranéenne, paraissent présenter la même particularité dans leur distribution.

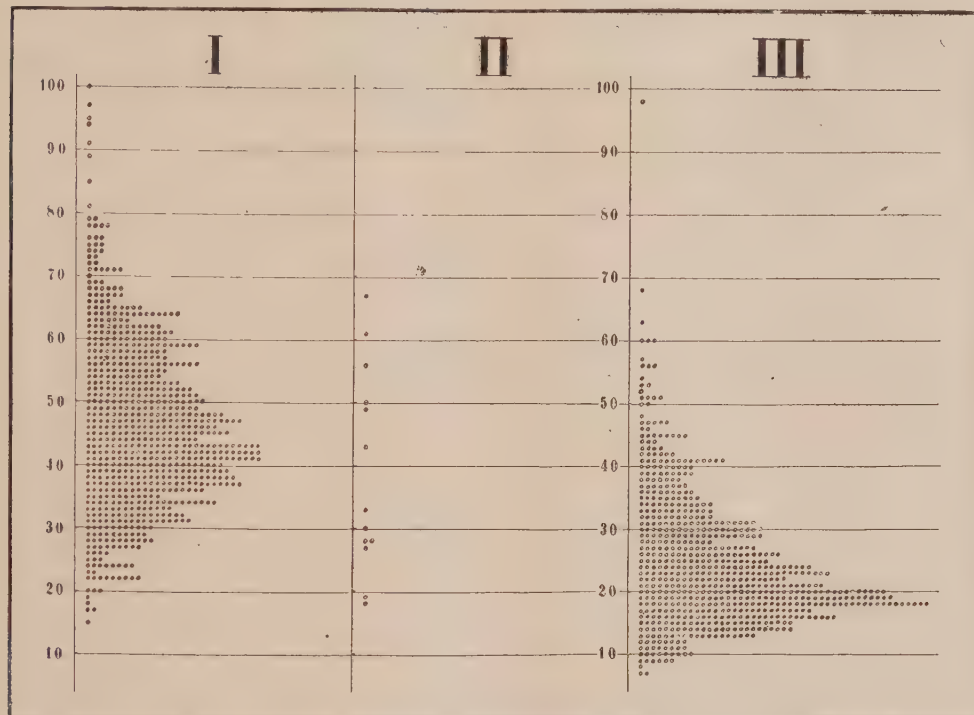


Fig. 2. — Larves du Congre.

Une exception remarquable s'observe cependant, ainsi que je l'ai annoncé plus haut. Elle concerne l'Anguille (*Anguilla vulgaris*). Nous capturâmes des larves de cet Apode *Leptocephalus brevirostris*, de 1300 à 1400, dans les mêmes coups de filets qui rapportèrent des larves du Congre.

Comme le montre la figure 3, nous en avons, en effet, observé dans les trois zones; bien plus, nous en avons récolté, en abondance, dans le détroit même, et leur taille allait en croissant régulièrement d'ouest en est. Leur longueur était de 62^{mm},6 dans la zone I, de 66^{mm},5 dans la zone II, de 69^{mm},1 dans la zone III (¹).

(¹) Comparez en outre (fig. 3) les exemplaires provenant de Madère encore plus petits que ceux récoltés dans la zone I. En moyenne leur taille était de 55^{mm}.

Il était donc clair que ces larves accomplissaient leur migration vers l'est, c'est-à-dire se mouvaient de l'Atlantique vers la Méditerranée lorsque les filets des naturalistes du *Dana* tranchèrent leur existence.

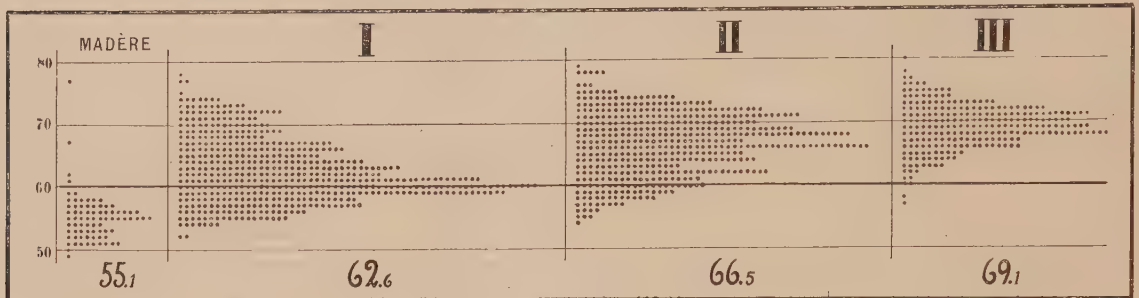


Fig. 3. — Larves de l'Anguille.

De l'ensemble des observations exécutées dans les 26 stations du *Dana* il ressort principalement que l'Anguille se distingue des autres Apodes en ce que ses larves sont les seules qui passent en abondance le détroit de Gibraltar pour entrer en Méditerranée.

Ce résultat concorde avec celui auquel j'étais déjà arrivé à la suite de mes précédentes croisières en Méditerranée de 1908 à 1910 à bord du *Thor* et dans l'Atlantique central et occidental de 1911 à 1921 ⁽¹⁾ avec d'autres navires. Bref, ma conclusion se résume ainsi :

L'Anguille fraie exclusivement dans une région limitée de l'Atlantique occidental, voisine des Antilles. Là, nos filets pélagiques ont recueilli facilement et en quantité ses larves toutes jeunes, longues de 6^{mm} à 25^{mm}. Au cours de leur voyage à travers l'Océan, elles grandissent; par suite, dans l'Atlantique oriental et en Méditerranée, on n'en trouve plus que des exemplaires relativement âgés, dont la taille dépasse 50^{mm} (voir fig. 3).

Le Congre et les autres Apodes, communs à l'Atlantique et à la Méditerranée, se comportent différemment. Toutes ces espèces fraient à l'est comme à l'ouest du détroit de Gibraltar.

Ainsi s'explique que les expéditions du *Thor* et du *Dana* aient recueilli en abondance, dans la Méditerranée, leurs larves toutes jeunes.

⁽¹⁾ Les résultats détaillés de ces campagnes se trouvent exposés dans JONAS SCHMIDT, *Danish Researches in the Atlantic and Mediterranean on the Life-History of the Fresh Water Eel (Anguilla vulgaris)* (Intern. Revue d. ges. Hydrobiologie und Hydrographie, 1912; *The Breeding Places of the Eel* (Phil. Transactions of the Royal Society of London, vol. 211, B. 385, 1922; *Breeding Places and Migration of the Eel* (Nature, London, Jan. 13, 1923, *The Transatlantic Migration of the Eel-Larvæ* (Nature, London, Jan. 5, 1924).

En terminant, qu'il me soit permis de remercier mes collaborateurs, MM. P. Jespersen et A.-V. Taaning, de l'utile concours qu'il m'ont prêté dans l'étude des collections recueillies.

M. VITO VOLTERRA présente de sa part et de la part de M. JOSEPH PÉRÈS le volume faisant partie de la Collection de M. Borel qu'ils viennent de publier : *Leçons sur la composition et les fonctions permutables*. Les théories développées dans cet ouvrage avaient déjà été abordées dans deux volumes, précédemment parus, de la même Collection. En effet, M. Volterra remarque que, pour résoudre les problèmes qui se présentent dans la théorie des équations intégrales linéaires, il avait introduit l'opération de composition, démontré que les puissances de composition du noyau d'une équation intégrale sont des fonctions permutables et construit le noyau résolvant, qui apparaît comme une fonction de composition. Les trois concepts d'*opération de composition*, de *permutabilité* et de *fonctions de composition* sont étudiés dans ces leçons d'une manière générale, en les dégageant des recherches auxquelles ils avaient servi d'auxiliaire.

On retrouve en raccourci, dans le domaine de la composition, l'évolution des concepts de l'analyse ordinaire : passage des puissances entières aux puissances fractionnaires et négatives, aux logarithmes, aux fonctions générales et aux procédés infinitésimaux.

Ce volume contient, outre les nouvelles recherches de M. Volterra, les recherches originales de M. Pérès, parmi lesquelles celles sur la détermination des fonctions permutables avec les fonctions analytiques, la réduction des éléments formels qui se présentent dans la théorie et la détermination des transformateurs conservant la composition qui étend et simplifie beaucoup de résultats.

ÉLECTIONS.

A la majorité absolue des suffrages, M. H. DESLANDRES est élu membre de la Section scientifique de l'Office national météorologique, en remplacement de M. Jules Violle, décédé.

PLIS CACHETÉS.

M. **JULES-FRANÇOIS CŒUILLE** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 13 octobre 1924 et inscrit sous le n° 9420.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, renferme une Note intitulée : *Recherches sur le transport des matières dans l'arc électrique.*

(Renvoi à l'examen de la Section de Physique générale.)

CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° **JOUSSET DE BELLESME**. *Études préhistoriques sur la province du Perche.* (Présenté par M. H. Douvillé.)

2° Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par **ALBERT I^{er}**, prince souverain de Monaco. Fascicule LXVIII : *Étude des huiles d'animaux marins provenant des campagnes scientifiques de S. A. S. le Prince Albert I^{er} de Monaco* (1897-1913), par **HENRI MARCELET**. (Présenté par M. L. Joubin.)

M. **B. JEKHOWSKY** adresse un Rapport sur les travaux qu'il a exécutés à l'aide de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1923.

L'ASSOCIATION AMICALE DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES adresse deux rapports, l'un de M. **MARCEL LAFFARGUE**, l'autre de M. **CHARLES DE LA CONDOMINE**, sur les travaux exécutés à l'aide de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1922.

M. **LÉON GUILLET** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie, par la mort de M. *H. de Chardonnet*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le mouvement d'un solide pesant qui a un point fixe (Détermination du groupe de rationalité de l'équation différentielle du problème).* Note de M. JULES DRACH.

I. Le problème du mouvement d'un solide pesant qui a un point fixe se résout par des quadratures (elliptiques ou hyperelliptiques) dans les cas bien connus, dits d'Euler et Poincot, de Lagrange et Poisson et de M^{me} Kowalewski, où il admet en dehors des trois intégrales algébriques classiques une nouvelle intégrale première algébrique.

Quel est le degré de difficulté du problème général? En d'autres termes, quel est le *groupe de rationalité* de l'équation différentielle du second ordre à laquelle il se ramène?

Observons que les moments principaux d'inertie A, B, C relatifs au point fixe ne sont pas nuls et faisons, dans les équations classiques, la substitution

$$Ap \sim p, \quad \dots, \quad A \sim \frac{1}{a}, \quad \dots,$$

nous obtiendrons, en multipliant par une constante convenable les cosinus directeurs x, y, z de la verticale par rapport aux axes principaux d'inertie au point fixe, le système (I)

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} = (b-c)qr + \eta z - \zeta y, \quad \frac{dx}{dt} = cxy - bqz, \\ \dots\dots\dots, \quad \dots\dots\dots, \end{array} \right.$$

dont nous connaissons les intégrales :

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2 (l=1 \text{ ou } 0); \quad px + qy + rz = k, \\ ap^2 + bq^2 + cr^2 - 2(\xi x + \eta y + \zeta z) = 2h.$$

Si Δ désigne le déterminant fonctionnel de l^2, k, h en x, y, z , Δ^2 est un polynome du sixième degré en p, q, r et x, y, z sont rationnels en p, q, r, Δ . Le système (I) se ramène donc à une équation

$$(II) \quad U(f) = A \frac{\partial f}{\partial p} + B \frac{\partial f}{\partial q} + C \frac{\partial f}{\partial r} = 0,$$

où A, B, C sont respectivement les quantités $\frac{dp}{dt}, \frac{dq}{dt}, \frac{dr}{dt}$ exprimées en p, q, r ; le temps t sera donné par une quadrature ultérieure.

L'équation (II) possède un multiplicateur de Jacobi rationnel en $p, q,$

r, Δ ; son groupe de rationalité (G) relatif aux solutions fondamentales φ, ψ est le groupe infini (Γ), défini par l'équation $\frac{\partial(\Phi, \Psi)}{\partial(\varphi, \psi)} = 1$, ou l'un de ses sous-groupes types.

Il s'agit de décider si (G) est *imprimitif*, auquel cas il existe une autre équation linéaire formant avec (II) un système complet et dont les coefficients sont rationnels ou quadratiques dans le domaine (p, q, r, Δ) , et sinon, si le groupe primitif (G) n'est pas le groupe linéaire spécial.

II. Remplaçons dans (I) r, p, y par $\varepsilon r, \varepsilon p, \varepsilon y$ et η par $\varepsilon^2 \eta$ où ε est un paramètre. Les expressions $\frac{dp}{dt}, \dots, \frac{dx}{dt}, \dots$ seront du premier et du second degré en ε et lorsqu'on fait tendre ε vers zéro on obtient un système réduit (III) :

$$(III) \quad \begin{cases} \frac{dp}{dt} = (b-c)qr - \zeta y, & \frac{dx}{dt} = -bqz, \\ \frac{dq}{dt} = \zeta x - \xi z, & \frac{dy}{dt} = apz - crx, \\ \frac{dr}{dt} = (a-b)pq + \xi y, & \frac{dz}{dt} = bqx, \end{cases}$$

qui admet les intégrales premières :

$$x^2 + z^2 = l^2, \quad bq^2 - 2(\xi x + \zeta z) = 2h, \quad px + qy + rz = k.$$

On voit que x et z s'expriment en fonction de q^2 , y est alors linéaire en p et r . Le système (III) donne pour $\frac{dp}{dq}, \frac{dr}{dq}$ des fonctions linéaires de p et r . Les deux intégrales de ce système sont donc définies à un groupe linéaire près; ce groupe linéaire est-il primitif?

J'ai observé que si l'on fait $l^2 = 0$, c'est-à-dire si l'on étudie certaines solutions de (III) qui existent normalement, on peut ramener le système (III) à l'équation *hypergéométrique de Gauss* et à des quadratures. Il suffit de poser :

$$q^2 = \frac{2h}{b} u, \quad r + ip = u(1-u)^{\gamma} Z \quad \text{avec} \quad \gamma = -\sqrt{\left(1 - \frac{c}{b}\right)\left(1 - \frac{a}{b}\right)}$$

pour obtenir la forme classique :

$$u(1-u) \frac{d^2 Z}{du^2} + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)u] \frac{dZ}{du} - \alpha\beta Z = 0,$$

avec

$$\gamma = \frac{3}{2}, \quad \alpha + \beta = \frac{3}{2} - 2\sqrt{\left(1 - \frac{c}{b}\right)\left(1 - \frac{a}{b}\right)}, \quad \alpha - \beta = -2\sqrt{\frac{1}{4} + P},$$

où

$$P = \left(1 - \frac{c}{b}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) + \frac{\xi \left(1 - \frac{c}{b}\right) + \zeta \left(1 - \frac{a}{b}\right)}{2(\zeta + i\xi)}.$$

Les constantes h, k n'y figurent plus.

Le système linéaire (III) a donc pour groupe de rationalité le groupe linéaire spécial et le groupe (G) est primitif, comme ce dernier.

III. Pour savoir si le groupe (G) est le groupe infini (Γ) ou le groupe linéaire spécial, il suffit d'étudier le cas d'Euler et Poincaré. Dans ce cas où il existe une intégrale rationnelle φ , le groupe de rationalité a la forme

$$\Phi = \varphi, \quad \Psi = \psi + F(\varphi),$$

la dernière intégrale ψ étant donnée par une quadrature elliptique; $F(\varphi)$ est la période d'une telle intégrale envisagée comme fonction du module.

Un tel groupe n'est pas semblable à un groupe linéaire.

Le groupe de rationalité (G) de (I) est donc le groupe infini (Γ).

Il convient d'ajouter que tous les cas de réduction de l'équation de Gauss sont, en une certaine mesure, des cas de réduction pour (III) et (I). On aura donc à étudier dans ces différents cas la réduction possible pour (I) en développant les intégrales suivant les puissances de ε . Ce sera l'objet d'un travail plus étendu, publié ailleurs. On remarquera que le système réduit (III) contient toutes les constantes du problème, sauf η qui est nul.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions uniformes définies par l'inversion de différentielles totales algébriques.* Note (1) de M. RENÉ GARNIER.

Dans des Notes antérieures (2) j'ai énuméré tous les cas d'intégration uniforme d'un système différentiel automorphe du quatrième ordre à deux variables indépendantes. Ce problème (problème B₂) était la généralisation du suivant :

PROBLÈME A₂. — *Déterminer toutes les surfaces algébriques $F(x, y, z) = 0$ telles que les fonctions x, y, z définies par l'intégration du système*

$$(1) \quad du = Pdx + Qdy, \quad dv = Rdx + Sdy$$

(P, Q, R, S, rationnels en x, y, z) soient uniformes en u et v . Pour la réso-

(1) Séance du 13 octobre 1924.

(2) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 1363, 1525 et 1689.

lution de B_2 j'avais dû m'appuyer, à diverses reprises, sur la solution de A_2 . Or, jusqu'ici, la solution du problème A_2 n'avait été développée explicitement que dans le cas particulier où l'on suppose que l'intégrale de (1) dépend *algébriquement* des constantes arbitraires ⁽¹⁾; quant au cas général, M. Painlevé en a indiqué la solution ⁽²⁾, mais sans publier aucun détail sur la méthode qu'il a employée.

Dans cette Note, je voudrais montrer comment on peut résoudre le problème A_2 ; je donnerai, notamment, l'énumération explicite des surfaces F .

1. Tout d'abord *les cinq théorèmes généraux que j'ai énoncés pour B_2 peuvent être étendus au problème actuel*. Ainsi :

THÉORÈME I. — *Si une courbe algébrique Γ est une ligne de niveau (par exemple une courbe polaire) pour u (ou v) le genre Γ ne peut dépasser l'unité.*

THÉORÈME II. — *Si le déterminant PS-QR s'annule le long d'une courbe Γ de F , Γ est nécessairement une ligne de niveau pour u et v .*

THÉORÈME III. — *Le genre géométrique p_g de F ne peut dépasser l'unité.*

THÉORÈME IV. — *Toute composante d'une courbe canonique (éventuelle) de F est de genre ≤ 1 .*

THÉORÈME V. — *Si l'on a $p_g = 1$, il existe au moins une combinaison linéaire au $+bv$ qui est pour F une intégrale de Picard de première espèce.*

Dans le cas où $p_g = 1$, le théorème V combiné avec une discussion analogue à celle que j'ai employée pour B_2 montre qu'il n'y a que deux cas possibles :

a. Ou bien F est une *surface hyperelliptique de Picard de modules quelconques*; dans ce cas u et v sont nécessairement des intégrales de première espèce et $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$ sont des fonctions hyperelliptiques;

b. Ou bien F est une *surface hyperelliptique de Picard du type elliptique*; dans ce cas le système se ramène à la forme

$$du = dw, \quad dv = f(w_1) dw_1 + dw_2,$$

dw_1 et dw_2 étant les deux différentielles de première espèce de F .

2. Abordons le cas $p_g = 0$. Si F est régulière, u et v se réduisent à des combinaisons algébrico-logarithmiques. La méthode que j'ai employée repose précisément sur l'étude des lignes logarithmiques; je montre d'abord que moyennant une transformation birationnelle on peut toujours

⁽¹⁾ E. PICARD, *Journ. de Math.*, 4^e série, t. 5, 1889, p. 223. — P. PAINLEVÉ, *Leçons de Stockholm*, p. 288; *Acta math.*, t. 27, 1903, p. 1.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, t. 122, 1896, p. 660; *Acta*, t. 27, 1903, p. 48.

supposer que le nombre de ces lignes (à distance finie) ne dépasse pas 2. Le système peut être réduit alors à l'une des formes

$$\begin{aligned} u &= r(x, y, z) + \text{Log } x, & v &= s(x, y, z) + \text{Log } y & (r, s, \text{rationnelles}), \\ u &= r(x, y, z) + a \text{Log } x + b \text{Log } y, & v &= s(x, y, z). \end{aligned}$$

L'étude de la seconde est immédiate. Bornons-nous à la première. On établit d'abord que toutes les courbes polaires de u et v sont de la forme $x^\alpha y^\beta = \text{const.}$; puis, en étudiant le domaine d'un point d'intersection de ces courbes, on montre que le système est de la forme

$$u = a(y) + \text{Log } x, \quad v = b(x) + \text{Log } y \quad (a, b, \text{fonctions algébriques}).$$

L'uniformité de x et y exige alors (théorème II) $a'(y)b'(x) \equiv 0$ et l'on aboutit ainsi au résultat suivant :

Pour $p_g = 0 = p_a$, la surface F doit être *rationnelle*; une transformation birationnelle sur x, y, z et une transformation linéaire sur u et v ramènent F au plan $z = 0$ et le système à l'un des types

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} u = x, \\ v = y; \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} u = r(y) + \text{Log } x, \\ v = y; \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} u = r(y) + \text{Log } x, \\ v = \text{Log } y \end{array} \right. \\ & [r(y), \text{fonction rationnelle}]. \end{aligned}$$

3. Soit enfin $p_g = 0, p_a < 0$. Je montre d'abord que $p_a = -1$: F est donc un *cylindre elliptique* ($x = p\omega, y = p'\omega$) ou une *surface elliptique*. Dans le premier cas une transformation algébrique T permet de supposer qu'au voisinage d'une courbe logarithmique de genre 1 (soit $z = 0$), on a

$$\begin{aligned} u &= z^{-m} + c_{m-1} z^{-m+1} + \dots + c_1 z^{-1} + h \text{Log } z + \int \varphi(\omega) d\omega + \omega + \dots, \\ v &= z^{-n} + d_{n-1} z^{-n+1} + \dots + d_1 z^{-1} + k \text{Log } z + \int \psi(\omega) d\omega + \dots, \end{aligned}$$

φ et ψ étant des fonctions elliptiques dont les intégrales ne peuvent contenir aucun terme logarithmique (ni en $c\omega$). La discussion de cette condition montre que si $m \neq 0$ les courbes polaires sont de la forme $z = \text{const.}$; le système se réduit à

$$(2) \quad du = dv + r(z) dz, \quad dv = s(z) dz$$

$[r(z), \text{rationnelle}; s(z) = 1 \text{ ou } z^{-1}]$. Pour $m = 0$ on trouve le système

$$du = d\omega, \quad dv = s(z) dz + \varphi(\omega) d\omega \quad (s = 1 \text{ ou } z^{-1}).$$

De ces systèmes on peut en déduire une infinité d'autres par des opéra-

tions algébriques T^{-1} . Bornons-nous à l'un des plus simples :

$$\begin{aligned} u &= 2 \operatorname{Log} z - \operatorname{Log} (x - e_1) + w, & v &= (x - e_1)z^{-2}; & x &= p(w | \omega, \omega'), \\ y &= p'w [e_1 = p\omega]; & 2\pi i &= 2m\omega' + (4n + 2)\omega'. \end{aligned}$$

Si on lui associe le système réduit

$$u = -2 \operatorname{Log} Z + W, \quad v = Z; \quad X = p(W | \omega, 2\omega'), \quad Y = p'(W | \omega, 2\omega'),$$

les points des deux cylindres (x, y, z) et X, Y, Z qui correspondent au même couple (u, v) sont liés par une transformation biuniforme, semi-transcendante au sens de M. Painlevé et qui ne conserve pas les intégrales de première espèce.

4. Je dois me limiter à une rapide indication pour les surfaces elliptiques de genre $p_g = 0$. Le système doit être de la forme (2), w désignant l'intégrale simple de première espèce de F et les courbes $z = \text{const.}$ constituant le faisceau de courbes elliptiques équimodulaires. Il est bien remarquable qu'on puisse considérer un même système comme attaché à une surface elliptique ou à un cylindre elliptique : l'irrationalité de la surface elliptique y est masquée par un phénomène exactement analogue à celui que j'ai signalé antérieurement pour les simplifiées des équations du troisième ordre (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Compléments aux théorèmes de Picard-Borel.*

Note (2) de M. G. VALIRON, présentée par M. Émile Borel.

On sait que M. Borel a apporté au théorème de M. Picard des compléments de la forme suivante : la fonction entière $f(z)$ étant donnée et les fonctions entières $f_1(z)$ et $f_2(z)$ quelconques, mais d'ordre inférieur à celui de $f(z)$, parmi les fonctions de l'ensemble

$$f_1(z)f(z) + f_2(z),$$

il y en a une au plus dont la distribution des modules des zéros est exceptionnelle. Il suffit d'ailleurs de démontrer la proposition pour $f_1(z) \equiv 1$ pour en déduire qu'elle est générale.

1. On peut apporter des compléments analogues aux propositions précises

(1) *Ann. Éc. Norm.*, 3^e série, t. 29, 1912, p. 22, 28 et 30.

(2) Séance du 13 octobre 1924.

qui ont été données récemment par moi-même puis par M. R. Nevanlinna ⁽¹⁾.

Ma méthode s'étend d'elle-même, je m'occuperai donc uniquement de celle de M. Nevanlinna qui conduit d'ailleurs aux résultats les plus complets.

M. Nevanlinna utilise l'identité

$$\frac{f}{f-1} \equiv \frac{f}{f'} \frac{f'}{f-1}$$

qui est l'une de celles employées par M. Borel dans la démonstration du théorème rappelé plus haut ⁽²⁾. Si l'on considère deux fonctions f et g , on écrira l'identité employée ailleurs par M. Borel ⁽³⁾

$$f = \frac{(f' - g') - \frac{g'}{g}(f - g)}{\frac{f'}{f} - \frac{g'}{g}}$$

ou une identité analogue où les dérivées premières sont remplacées par les dérivées d'ordre q , et l'on conduira les démonstrations comme M. Nevanlinna. Par exemple, $f(z)$ étant d'ordre fini, $M(r)$ le maximum de son module pour $|z| = r$, $M_1(r)$ celui de $(f - g)$ et $k > 1$, si l'on suppose que le rapport

$$\frac{\log M_1(r)}{\log M\left(\frac{r}{k}\right)}$$

tend vers 0 lorsque r croît indéfiniment, on trouve que tous les résultats énoncés par M. Nevanlinna dans le cas où $f - g$ était constant sont encore valables.

On a des compléments analogues pour les propriétés des fonctions holomorphes dans un cercle ⁽⁴⁾.

2. M. Nevanlinna, dans les *Göttinger Nachrichten* (1924), a montré que sa méthode donnait non seulement le théorème de M. Picard, mais aussi

⁽¹⁾ R. NEVANLINNA. *Comptes rendus*, t. 177, 1923, p. 389; *Untersuchungen über den Picard'schen Satz* (*Acta Soc. sc. Fennicae*, t. 50, n° 6, 1924). — G. VALIRON, *Recherches sur le théorème de M. Picard dans la théorie des fonctions entières* (*Annales de l'École Norm.*, t. 39, 1922, p. 317); *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1054.

⁽²⁾ *Acta math.*, t. 20, 1897, p. 385.

⁽³⁾ *Fonctions entières*, 2^e édition, 1923, p. 103.

⁽⁴⁾ On peut compléter dans un ordre d'idées analogue le théorème de M. Julia (*Leçons sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel*).

celui de M. Landau. Avec la modification introduite ici on obtient de nouveaux résultats.

Supposons que la fonction

$$f(z) = c_0 + c_1 z + \dots + c_p z^p + \dots$$

soit holomorphe et ne s'annule pas dans le cercle $|z| < R$, que la fonction

$$g(z) = d_0 + d_1 z + \dots$$

soit aussi holomorphe et de module inférieur à M dans ce cercle, et que la différence $f(z) - g(z)$ de ces fonctions ne s'annule pas dans ce cercle.

En posant avec M. Nevanlinna

$$\log^+ u = 0 \quad \text{si} \quad u \leq 1,$$

$$\log^+ u = \log u \quad \text{si} \quad u \geq 1,$$

$$m(r, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |f(re^{i\varphi})| d\varphi,$$

on obtient aisément l'inégalité

$$\log |c_1 d_0 - c_0 d_1| < 4 \log \frac{1}{r - r'} + 2 \log^+ m(r, f) - m(r', f) + 2 \log^+ M + \Theta(c_0, c_0 - d_0) \\ (0 < r' < r < R)$$

dans laquelle $\Theta(u, v)$ désigne une fonction de u et v seulement. En appliquant les méthodes de M. Borel au groupe des trois premiers termes du second membre, on est conduit à la nouvelle inégalité

$$\log |c_1 d_0 - c_0 d_1| < K + 2 \log^+ M + \Theta(c_0, c_0 - d_0).$$

K étant une constante absolue, ce qui montre que, dans les conditions indiquées ci-dessus, si $d_0 \neq 0$, on a

$$|c_1| < \lambda(c_0, c_0 - d_0, M).$$

On aura de même des limites pour les modules des coefficients successifs; lorsque $g(z)$ est constant on retombe sur le théorème de Landau.

On voit de même que l'ensemble des trois premiers termes du second membre de (1) est inférieur, en général, à $\frac{1}{2} m(r', f)$, par suite :

Si $d_0 = 0$ et $d_1 \neq 0$, on a l'inégalité analogue à celle de M. Schottky

$$|f(z)| < \chi\left(c_0, d_1, M, \frac{z}{R}\right) \quad (|z| < R).$$

D'une façon générale, lorsque d_0 est nul, le module de $f(z)$ est limité par une fonction de c_0 , M , $\frac{z}{R}$ et du premier coefficient non nul d_p de $g(z)$. Dans tous ces cas on a donc encore des inégalités pour les modules des coefficients de $f(z)$.

Je n'ai pu reconnaître si, sous les seules hypothèses faites tout d'abord sur f et g , le module de $f(z)$ est borné par une fonction de c_0 , $\frac{z}{R}$ et M seulement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions quasianalytiques de M. Carleman.* Note de M. SERGE BERNSTEIN, présentée par M. Émile Borel.

Soit $E_n f(x)$ la meilleure approximation de $f(x)$ sur le segment 01 par des polynômes de degré n . J'ai montré dans une Note antérieure que la divergence de la série

$$(1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n,$$

où $\mu_n = \text{Min} \frac{1}{p^n \sqrt{E_p f(x)}}$, est une condition nécessaire et suffisante pour que $f(x)$ satisfasse à la condition de quasi-analyticité de M. Carleman ⁽¹⁾. On peut donc énoncer le théorème de M. Carleman de la façon suivante : *Si la série (1) est divergente, la fonction $f(x)$ est entièrement déterminée sur tout le segment 01 par les valeurs qu'elle reçoit avec toutes ses dérivées en un point de ce segment.*

Je voudrais indiquer ici les points essentiels d'une nouvelle démonstration de ce théorème. La base de mon raisonnement est formée par le théorème suivant relatif à l'approximation des fonctions sur tout l'axe réel :

THÉORÈME A. — *Si $\varphi(x)$ est une fonction continue quelconque sur tout l'axe réel tendant vers zéro à l'infini, il est toujours possible de construire un poly-*

(1). D'une façon plus précise : si la condition de M. Carleman est remplie pour tout le segment 01 , la série (1) est divergente; inversement, si la série (1) diverge, la condition de M. Carleman relative à $f(x)$ est remplie pour tout segment intérieur à 01 et la fonction $f(x^2)$ satisfait à la condition de M. Carleman sur tout segment intérieur à $(-1, +1)$. Donc la forme que nous donnons ici au théorème de M. Carleman est un peu plus générale (à un changement de variable près) que celle de son auteur.

nome $P(x)$, tel que l'on ait pour toute valeur réelle de x

$$\left| \varphi(x) - \frac{P(x)}{F_1(x)} \right| < \varepsilon,$$

ε étant un nombre donné arbitrairement petit et $F_1(x)$ étant une fonction donnée quelconque satisfaisant à la seule condition que $F_1(x) \geq F(x)$, où $F(x)$ est une fonction entière paire et à coefficients positifs de genre 1.

De là je déduis le

THÉORÈME B. — Si la meilleure approximation $E_n f(x)$ de la fonction $f(x)$ sur le segment 01 satisfait à l'inégalité

$$(2) \quad E_n f(x) < \frac{1}{F(n)},$$

où $F(n)$ est une fonction entière paire à coefficients positifs de genre 1, la fonction $f(x)$ est entièrement déterminée sur tout le segment 01 par les valeurs qu'elle prend ainsi que toutes ses dérivées en un point de ce segment.

D'autre part, j'ai démontré le

THÉORÈME C. — Si $f(x)$ est une fonction entière paire de genre zéro,

$$f(x) = a_0 + a_1 x^2 + \dots + a_n x^{2n} + \dots$$

la série

$$\sum_1^{\infty} \sqrt[2n]{|a_n|}$$

est toujours convergente ⁽¹⁾.

Par conséquent, la série (1) étant supposée divergente, la fonction

$$F(x) = \sum_1^{\infty} \frac{1}{2^n n^2} (\mu_{2n} x)^{2n}$$

sera de genre supérieur à zéro; mais, d'après la définition de μ_n , on a évidemment

$$F(p) < \frac{1}{E_p f(x)} \sum_1^{\infty} \frac{1}{2^n n^2} < \frac{1}{E_p f(x)}.$$

Le théorème de M. Carleman énoncé plus haut est donc un cas particulier de notre théorème B.

Il n'est pas certain cependant que ce dernier théorème soit effectivement plus général que celui de M. Carleman. En réalité, ces deux théorèmes

(1) L'énoncé analogue, où $f(x)$ ne serait pas supposée paire, serait inexact.

seraient entièrement équivalents si la proposition suivante était exacte : $F(x)$ étant une fonction paire de genre 1 à coefficients positifs, la série

$$\sum_1^{\infty} \lambda_n, \quad \text{où} \quad \lambda_n = \text{Min} \frac{\sqrt[n]{F(x)}}{x},$$

est divergente.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une généralisation des polygones de Poncelet.* Note de M. BERTRAND GAMBIER, présentée par M. G. Kœnigs.

1. L'étude de certaines surfaces réglées m'a fait découvrir, dans un ordre d'idées bien éloigné de ces surfaces, des théorèmes intéressants, donnant à la fois une généralisation des résultats de Poncelet sur les polygones inscrits dans une conique et circonscrits à une autre et un exemple curieux de groupes de points surabondants dans le plan.

2. Dans un plan considérons une conique C_2 et une courbe Γ_n de classe n (n entier ≥ 2).

Si C_2 et Γ_n sont *quelconques* l'une vis-à-vis de l'autre, il existe un nombre *fini*, $n(n-1)(n-2)$, de triangles *véritables* inscrits dans C_2 , circonscrits à Γ_n ; il existe $2n(n-1)$ solutions *impropres* du problème, obtenues ainsi : l'une des $2n$ tangentes communes à C_2 et Γ_n , soit T , touche C_2 en M_0 , de M_0 on mène l'une des $(n-1)$ tangentes à Γ_n autre que T et elle coupe C_2 de nouveau en M_1 ; les trois points M_0, M_1, M_2 donnent un triangle impropre dont les sommets sont sur C_2 et les côtés tangents à Γ_n .

3. C_2 étant donnée, il existe au contraire ∞^{2n} courbes Γ_n de classe n donnant lieu aux propriétés suivantes :

Il existe ∞^4 triangles *propres* M_0, M_1, M_2 inscrits dans C_2 , circonscrits à Γ_n . Tout point M_0 de C_2 est sommet de $\frac{n(n-1)}{2}$ triangles de cette espèce, $M_0 M_1$ et $M_0 M_2$ étant deux *quelconques* des tangentes issues de M_0 à Γ_n et M_1, M_2 leurs nouveaux points de rencontre avec C_2 .

Pour obtenir une telle Γ_n , on choisit, *au hasard*, $n+1$ points M_0, M_1, \dots, M_n sur C_2 , puis, *encore au hasard*, $n+1$ points M'_0, M'_1, \dots, M'_n de C_2 ; il existe une Γ_n et une seule tangente aux $n(n+1)$ droites $M_i M_j, M'_k M'_l$ obtenues en joignant, dans chaque groupe, les points de ce groupe deux à deux. Ces droites forment un système tangentiel de surabondance $\frac{n(n-1)}{2}$ pour la détermination des courbes de classe n .

Chaque nouveau point M'_0 de C_2 permet, en menant de ce point les tangentes à la Γ_n ainsi construite, de déterminer un groupe de $(n+1)$ points M'_0, M'_1, \dots, M'_n de même définition. Si l'on choisit une représentation paramétrique arbitraire de C_2 , les coordonnées x, y d'un point de C_2 s'exprimant par des fractions rationnelles du second degré en t , chaque groupe $M_0 M_1 \dots M_n$ est défini par une équation

$$(1) \quad (A + B\rho) t^{n+1} + (A_1 + B_1\rho) t^n + \dots + A_{n+1} + B_{n+1}\rho = 0$$

donnant les t des points du groupe; A, A_1, \dots, B_{n+1} sont des constantes *données*, ρ un paramètre *variable* d'un groupe à l'autre. Réciproquement, toute équation de cette espèce définit une courbe Γ_n de l'espèce cherchée et les ∞^1 systèmes de $(n+1)$ points relatifs à cette courbe Γ_n .

Si M est le point de contact avec C_2 d'une tangente commune, T , à C_2 et Γ_n , μ l'un des points d'intersection de C_2 et Γ_n , cette fois toutes les tangentes à Γ_n , issues d'un M (et distinctes de la T correspondante) se terminent sur C_2 en un μ ; réciproquement la tangente à Γ_n en un μ se termine sur C_2 en un M .

On reconnaît ainsi une série de propositions classiques sur les triangles de Poncelet et leur généralisation si n surpasse 2, au lieu d'égal 2. J'ajouterai que, pour le cas de *triangles*, que je continuerai à appeler *triangles de Poncelet*, relatifs à C_2 et Γ_n , il n'y a pas d'autre généralisation que celle indiquée dans cette Note, tout au moins si n est égal à 3; il n'existe pas de couple C_2, Γ_3 tel que *tout* point de C_2 soit sommet d'un triangle de Poncelet *unique* ou de *deux* triangles de Poncelet relatifs à C_2 et Γ_3 ; la seule disposition possible est 0 ou 3 triangles ayant leur sommet en un point *arbitraire* de C_2 . Si n surpasse 3, il est impossible encore que chaque point de C_2 soit sommet d'un triangle *unique* de Poncelet; mais reconnaître si chaque point de C_2 peut être sommet, non pas de $\frac{n(n-1)}{2}$ triangles exactement, mais de $2, 3, \dots, \frac{n(n-1)}{2} - 1$, est une question intéressante à étudier, sur laquelle je reviendrai prochainement.

3. La démonstration des propriétés énoncées au paragraphe précédent est aisée en remarquant que toute droite du plan peut être définie par les deux points t', t'' où elle perce C_2 , de sorte que t' et t'' forment un système de coordonnées symétriques pour la droite, utilisées déjà par beaucoup de géomètres. Une équation *symétrique*, algébrique, rationnelle entière $f(t', t'') = 0$, de degré n par rapport à chaque variable isolément, est l'équation tangentielle d'une courbe Γ_n de classe n ; une équation $f_1(t', t'') = 0$,

dissymétrique en t' , t'' , correspond à un type important de courbes dont la classe est la somme de degrés en t' et t'' isolément; l'équation de ces courbes peut être mise sous la forme symétrique $f_1(t', t'') f_1(t'', t') = 0$ et elles sont l'analogue des *courbes de direction*. Deux racines t' , t'' de l'équation (1) satisfont à l'équation

$$(2) \quad \begin{vmatrix} A t'^{n+1} + A_1 t'^n + \dots + A_{n+1} & A t''^{n+1} + A_1 t''^n + \dots + A_{n+1} \\ B t'^{n+1} + B_1 t'^n + \dots + B_{n+1} & B t''^{n+1} + B_1 t''^n + \dots + B_{n+1} \end{vmatrix} = 0$$

qui, après suppression du facteur $t' - t''$, est entière, *symétrique*, par rapport à t' et t'' et de degré n par rapport à chacune. Cette équation exprime donc que les $\frac{(n+1)n}{2}$ droites joignant deux à deux les $(n+1)$ points du groupe défini par (1) sont tangentes, *quel que soit* ρ , à une même courbe Γ_n réalisant avec C_2 la disposition indiquée. On peut mettre l'équation (2) sous la forme symbolique d'un produit de matrices

$$(3) \quad \begin{vmatrix} A & A_1 & A_2 & \dots & A_{n+1} \\ B & B_1 & B_2 & \dots & B_{n+1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} t'^{n+1} & t'^n & \dots & t' & 1 \\ t''^{n+1} & t''^n & \dots & t'' & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Les coefficients de l'équation tangentielle de Γ_n ne sont autres que les mineurs de la matrice de gauche; dans l'espace à $n+1$ dimensions, ce sont les coordonnées plückériennes homogènes de la droite joignant les points de coordonnées homogènes $(A, A_1, A_2, \dots, A_{n+1})$, (B, B_1, \dots, B_{n+1}) et de là résulte immédiatement que les Γ_n dépendent effectivement de $2n$ paramètres non homogènes et que la donnée de deux groupes de $(n+1)$ points sur C_2 détermine, *sans exception et d'une façon unique*, la courbe Γ_n correspondante.

4. Nous avons obtenu ce résultat curieux : $(n+1)$ tangentes à une conique C_2 se coupent deux à deux en $\frac{(n+1)n}{2}$ points; un nouveau groupe de $(n+1)$ tangentes à la même C_2 détermine $\frac{(n+1)n}{2}$ nouveaux points : les $n(n+1)$ points ainsi obtenus forment un groupe de points de surabondance $\frac{n(n-1)}{2}$ pour le degré n , et sont situés sur une unique C_n ; il existe une simple infinité de tels systèmes de $(n+1)$ tangentes à C_2 dont les points d'intersection sont sur C_n . On a ainsi ∞^1 triangles circonscrits à C_2 et inscrits dans C_n .

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement vertical plan des liquides doués de viscosité, le régime étant permanent.* Note ⁽¹⁾ de M. J. GRIALOU, présentée par M. L. Lecornu.

Les équations différentielles (indéfinies) du mouvement sont

$$(1) \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \Delta u = \frac{du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z},$$

$$(2) \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{\mu}{\rho} \Delta w = \frac{dw}{dt} = u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

(u et w sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse V par rapport à des axes rectangulaires; Ox horizontal, Oz vertical et dirigé vers le haut; ρ est la densité, μ le coefficient de viscosité du liquide).

On sait que η étant le tourbillon $\left[\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]$, on a

$$2 \frac{\partial \eta}{\partial z} = \Delta u; \quad 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\Delta w.$$

Remplaçant et posant en outre, pour simplifier $\frac{\mu}{\rho} = k$, on aura

$$(1') \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2k \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z},$$

$$(2') \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g - 2k \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{dw}{dt} = u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z}.$$

On en déduit, par une transformation simple,

$$-\frac{1}{\rho} dp - g dz + 2k \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} dx - \frac{\partial \eta}{\partial x} dz \right) = d \frac{1}{2} V^2$$

avec $V^2 = u^2 + w^2$. Comme $\Pi = \rho g$, on aura

$$(3) \quad - \left(dz + \frac{dp}{\Pi} + \frac{dV^2}{2g} \right) + \frac{2k}{g} \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} dx - \frac{\partial \eta}{\partial x} dz \right) = 0,$$

et en intégrant

$$(4) \quad z + \frac{p}{\Pi} + \frac{V^2}{2g} = z_0 + \frac{p_0}{\Pi} + \frac{V_0^2}{2g} - \frac{2k}{g} \int \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} dz - \frac{\partial \eta}{\partial z} dx \right).$$

C'est l'équation de Bernoulli dans laquelle l'intégrale du second membre

(¹) Séance du 6 octobre 1924.

représente l'action du frottement, tendant à faire baisser la ligne de charge (de cote à l'origine $H_0 = z_0 + \frac{p_0}{H} + \frac{V_0^2}{2g}$).

De $V^2 = u^2 + w^2$, on déduit

$$\frac{\partial \frac{1}{2} V^2}{\partial x} = u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \frac{\partial \frac{1}{2} V^2}{\partial z} = u \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial w}{\partial z}.$$

En portant $u \frac{\partial u}{\partial x}$ dans (2'), $w \frac{\partial w}{\partial z}$ dans (1'), il vient

$$(1'') \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2k \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \frac{1}{2} V^2}{\partial x} + 2\eta w,$$

$$(2'') \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - 2k \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \frac{1}{2} V^2}{\partial z} - 2\eta u.$$

Éliminant p par la transformation habituelle et tenant compte de l'équation de continuité $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$, on obtient

$$(5) \quad k \Delta \eta = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{d\eta}{dt}.$$

ψ étant la fonction des lignes de courant, on a

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad w dx - u dz = 0,$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = d\psi = 0, \quad \psi = C,$$

C désignant une constante relative à une trajectoire, mais variable d'une trajectoire à l'autre. De plus

$$(6) \quad 2\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = -\Delta \psi.$$

Posons

$$\eta = f(\psi) = -\frac{1}{2} \Delta \psi,$$

on aura

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = f'(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = f'(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z},$$

$$(7) \quad \frac{d\eta}{dt} = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z} \right) = f'(\psi) \left[-\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] = 0,$$

$$(8) \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} = 0.$$

L'équation (7) montre que, *même pour les liquides doués de viscosité, le tourbillon est constant le long de la même trajectoire*; la fonction des lignes de courant est caractérisée par l'équation aux dérivées partielles (8).

Mais alors, puisque K n'est pas nul dans la relation (5), on a

$$(9) \quad \Delta\eta = 0.$$

L'équation (3)

$$d\left(2 + \frac{p}{\Pi} + \frac{V^2}{2g}\right) = \frac{2k}{g} \left(\frac{\partial\eta}{\partial z} dx - \frac{\partial\eta}{\partial x} dz\right)$$

montre que, d'après (9), *son second membre est, comme le premier, une différentielle exacte.*

De

$$u \frac{\partial\eta}{\partial x} + w \frac{\partial\eta}{\partial z} = -\frac{1}{2} u \Delta w + \frac{1}{2} w \Delta u = 0$$

on déduit

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\Delta w}{w} = -F,$$

F étant une fonction de x, z ; par suite

$$d\left(2 + \frac{p}{\Pi} + \frac{V^2}{2g}\right) = \frac{k}{g} (\Delta u dx + \Delta w dz) = \frac{k}{g} (u \Delta u + w \Delta w) dt,$$

$$dH = -\frac{kF}{g} V^2 dt = -\frac{kF}{g} V ds; \quad \frac{dH}{dt} = -\frac{k}{g} F V^2.$$

La vitesse de variation $\frac{dH}{dt}$ du plan de charge est donc proportionnelle à la fonction F et au carré de la vitesse V.

ASTRONOMIE. — *Éléments de la planète Alger* N = 1924 QL.

Note de M. **BENJAMIN JEKHOWSKY**, présentée par M. Bigourdan.

D'après les observations des février 5, 25, mars 16 et mai 3, j'ai déterminé les éléments suivants de cette planète qui est la seconde que j'ai découverte cette année à l'Observatoire d'Alger.

Époque : 1924 mars 16, 5 T. M. G.

$$M = 346^{\circ} 55' 38'', 37$$

$$\omega = 61^{\circ} 2' 16'', 70$$

$$\Omega = 118^{\circ} 23' 51'', 35$$

$$i = 7^{\circ} 53' 16'', 84$$

$$\varphi = 4^{\circ} 4' 43'', 51$$

$$\log a = 0,4158181$$

$$\mu = 843'', 87750$$

Équinoxe
et Écliptique
1924,0

Ces éléments, avec les constantes de Gauss,

$$x = [1,9967952] \sin(\nu + 270^\circ 26' 15'', 91),$$

$$y = [1,9746167] \sin(\nu + 182^\circ 53' 43'', 90),$$

$$z = [1,5484108] \sin(\nu + 161^\circ 37' 21'', 70),$$

donnent, comme représentation des observations :

	1924.....	Févr. 5.	Févr. 25.	Mars 12.	Mars 16.	Avril 3.	Mai 3.
Obs.-cal. {	$\Delta\alpha$	$+0'',1$	$+0'',4$	$+0'',9$	$0'',0$	$-1'',0$	$-0'',1$
	$\Delta\delta$	$0'',0$	$-0'',8$	$-0'',3$	$0'',0$	$-0'',8$	$+0'',1$

Grandeur = $10,5 + 5(\log p + \log r)$ au moment de l'opposition = $13,1$.

ASTRONOMIE. — *Observations faites, à l'Observatoire de Lyon, pendant l'éclipse de Lune du 14 août 1924.* Note de M. J. GUILLAUME et de M^{lle} BLOCH, présentée par M. B. Baillaud.

Les observations suivantes ont été faites à la faveur d'une grande éclaircie, dans la longue période de temps défavorable que nous traversons.

La Lune était plongée aux deux tiers de son diamètre, à son émergence du rideau d'arbres qui dérobe aux instruments la vue de l'horizon. A ce moment, à 7^h 12^m (temps moyen de Greenwich), le limbe lunaire n'était pas visible entièrement, mais il paraissait en forme de corne, plus loin du côté sud que du côté nord; 13 minutes plus tard, il se montrait en entier et cette visibilité n'a souffert aucune interruption dans la suite.

L'ombre, dont la limite était assez nette, a présenté la jolie teinte rouge cuivre habituelle, allant graduellement du clair au foncé, puis au gris fumeux dans sa partie centrale qui, seule, laissait moins facilement discerner les détails de la sélénographie.

La variabilité de l'éclairement du limbe a rendu parfois difficiles les observations d'occultations suivantes, faites à l'équatorial coudé (C) par M. Guillaume, et à l'équatorial Brünner (B) par M^{lle} Bloch :

Étoiles.	Gr.	Phén.	T. m. de Greenwich.	Instr.	Remarques.
B. D. — 15,6047...	(9,4)	I	8. 1. 30,4	C	»
— 15,6046...	(6,2)	I	{ 8. 13. 22,8 8. 13. 21,9	C B	contact 5 ^s avant. »
— 15,6037...	(7,2)	E	8. 22. 38,2	C	retard estimé à 3 ^s ou 4 ^s .
— 15,6050...	(9,8)	I	8. 24. 3	B	»
— 15,6052...	(6,5)	I	{ 8. 37. 49,3 8. 37. 49,7	C B	contact 8 ^s avant. »
— 15,6042...	(9,0)	E	8. 41. 12,0	C	émersion brusque.
— 15,6041...	(9,4)	E	8. 42. 45	C	retard estimé d'env. 3 ^s .
— 15,6044...	(9,8)	E	8. 54. 7	B	»
— 15,6046...	(6,2)	E	{ 9. 7. 9,4 9. 7. 9,1	C B	émersion brusque. »
— 15,6047...	(9,4)	E	{ 9. 11. 2,3 9. 11. 4	C B	retard estimé à 3 ^s . »
— 15,6052...	(6,5)	E	{ 9. 18. 14,9 9. 18. 12,2	C B	retard possible de 2 ou 3 ^s . »

La totalité a été notée à 7^h 31^m, 5; sa fin à 9^h 9^m, 7, et la sortie de l'ombre à 10^h 9^m, 7.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la désagrégation de la calotte polaire australe de Mars.* Note de M. W. ABBOTT (Extrait).

A partir du 18 août on voyait bien deux promontoires de la calotte polaire, une vers 35° de longitude, sur Argyre II et l'autre vers 320°, sur Novissima Thyle.

Le 22 août nous aperçûmes distinctement un très mince « chenal » qui est apparu dans les neiges et qui, séparant le promontoire de 320° du reste des glaces, le transformait ainsi en île.

Le 23 août la partie détachée se voyait beaucoup moins brillante que le reste de la calotte; je la soupçonnais grisâtre.

Le 24 et le 31 août le promontoire situé sur Novissima Thyle (320°) était de plus en plus pointu et s'isolait progressivement de la calotte. Le chenal était presque invisible à ces dates.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le premier trimestre de 1924.* Note de M. J. GUILLAUME, présentée par M. B. Baillaud.

Le nombre des jours d'observations dans ce trimestre ⁽¹⁾ a été de 70, et voici les principaux faits qui en résultent.

Taches. — On a enregistré 7 groupes de taches, au lieu de 8 précédemment et une aire totale de 285 millièmes, au lieu de 748.

Leur répartition est de 2 groupes, au lieu de 4, au sud de l'équateur, et de 5, au lieu de 4, également, au nord.

Comme en décembre dernier, aucune tache australe n'a été notée dans le mois de mars. D'ailleurs les jours sans taches ont été nombreux (56 au lieu de 18) et leur proportion a passé de 0,32 à 0,80.

Enfin la latitude moyenne a diminué davantage au nord qu'au sud, passant de $-20^{\circ},3$ à $-19^{\circ},0$ et de $+22^{\circ},0$ à $+13^{\circ},3$.

Régions d'activité. — La totalité des groupes de facules a plus que doublé : 79 au lieu de 31. L'augmentation en surface a été moins grande, puisque l'on a, effectivement, 34,1 millièmes au lieu de 18,4.

Cet accroissement des groupes a été un peu plus fort au nord (26) avec 44 au lieu de 18, qu'au sud (22) avec 35 au lieu de 13.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observ.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes.		Surfaces moyennes réduites.
			S.	N.	
Janvier. — 0,88.					
31	1	29,6		+15	4
26	1	29,7		+25	2
3	1	30,4	-25		11
24 j.			-25°	+20°,0	
Février. — 0,70.					
28	1	3,1		+30	9
26	1	26,3	-13		20
Février (suite).					
24-3	8	27,6		+27	232
20 j.			-13°	+28°,5	
Mars. — 0,81.					
22-24	2	24,1		+18	7
26 j.			»	+18°	

(1) Avec l'aide de M^{lle} Bloch.

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1924.	Sud.							Nord.							Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
	90°	40°	30°	20°	10°	0°	Somme.	Somme.	0°	10°	20°	30°	40°	90°		
Janvier.....	»	»	I	»	»		I	2	»	I	I	»	»		3	17
Février.....	»	»	»	.I	»		I	2	»	»	2	»	»		3	261
Mars.....	»	»	»	»	»		0	I	»	I	»	»	»		I	7
Totaux...	»	»	I	I	»		2	5	»	2	3	»	»		7	285

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1924.	Sud.							Nord.							Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
	90°	40°	30°	20°	10°	0°	Somme.	Somme.	0°	10°	20°	30°	40°	90°		
Janvier.....	3	I	2	2	I		9	16	2	I	4	5	4		25	11,1
Février.....	5	I	3	I	I		11	14	2	»	5	3	4		25	9,4
Mars.....	5	I	5	2	2		15	14	3	2	3	2	4		29	13,6
Totaux....	13	3	10	5	4		35	44	7	3	12	10	12		79	34,1

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'amplification du courant des cellules photo-électriques et son application à l'Astronomie de précision.* Note ⁽¹⁾ de M. R. JOUAUST, présentée par M. G. Ferrié.

L'emploi de la lampe à 4 électrodes pour l'amplification du courant des cellules photo-électriques, et l'application à la photométrie stellaire des dispositifs ainsi établis, ont été décrits dans une Note précédente ⁽²⁾.

Nous nous sommes demandé si l'usage des cellules photo-électriques ne pourrait pas s'appliquer également à d'autres recherches astronomiques, si par exemple leur emploi ne permettrait pas d'éviter l'influence de l'équation personnelle dans les observations méridiennes.

Le problème est le suivant : Inscire d'une façon précise, à côté des battements de la pendule, l'instant où l'image de l'astre occupe une position donnée dans le champ de l'appareil d'observation.

La solution complète de ce problème présente de grandes difficultés et nous n'apportons pas ici des résultats définitifs, d'autant plus que nous n'avons envisagé jusqu'ici que la partie purement électrique du problème. Toutefois les résultats obtenus paraissent déjà suffisamment intéressants pour devoir être signalés.

⁽¹⁾ Séance du 22 septembre 1924.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1117.

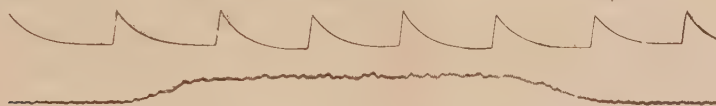
Nous avons cherché à enregistrer la durée du passage de l'image de l'étoile dans une fente placée dans le plan focal de l'objectif.

Pour de semblables opérations, le galvanomètre enregistreur destiné à inscrire les variations du courant amplifié de la cellule doit donner des indications rapides. Ce n'est pas le cas des galvanomètres très sensibles utilisés dans les expériences déjà réalisées sur la photométrie stellaire. Nous n'avons pu remplacer ces instruments que par un galvanomètre Dufour à enregistrement photographique du modèle employé dans les sections militaires de repérage par le son.

Cet excellent appareil n'était cependant pas suffisamment sensible pour donner une déviation importante avec les courants de l'ordre du micro-ampère qui sont obtenus par l'amplification avec une seule lampe à 4 électrodes. Il a fallu adjoindre à celle-ci une deuxième lampe amplificatrice (de courant continu).

Une résistance de 50000 ohms était placée dans le circuit plaque de la lampe à 4 électrodes. L'une des bornes de cette résistance était réunie au filament d'un triode ordinaire, l'autre borne était reliée à la grille par l'intermédiaire d'une batterie de piles de tension convenable. Le galvanomètre était intercalé dans le circuit plaque de la nouvelle lampe.

Les essais ont été faits sur des étoiles brillantes, Véga par exemple, en



11 juillet 1924. Passage de Véga devant une fente de 1^{mm}.

Les petites oscillations du tracé sont dues à l'influence du courant de l'éclairage local.

utilisant l'équatorial de 28^{cm} de l'Observatoire de Paris. Cet instrument était calé dans une position fixe et une fente de 1^{mm} de largeur était disposée dans le plan focal, devant la cellule.

Le passage de l'étoile devant cette fente se traduisait sur la pellicule photographique par une déflexion d'une durée d'environ 4 secondes et dont l'amplitude atteignait 1^{cm} lorsque le ciel était suffisamment clair.

Les deux moitiés de la déflexion sont bien symétriques, ce qui indique qu'avec les faibles éclairagements utilisés la grille de la première lampe se déchargeait aussi vite qu'elle se chargeait. Le début de la déflexion correspondait au moment où l'étoile commençait à se démasquer et la fin à l'instant où elle était complètement masquée. En prenant la moyenne des temps correspondant au début et à la fin de la déflexion, on a donc l'instant où le milieu de l'astre se trouve au milieu de la fente.

Ces expériences étaient faites, comme nous l'avons dit, uniquement pour étudier les possibilités d'enregistrement.

Pour des déterminations précises, il eût été nécessaire d'utiliser une fente à bords minces et d'assurer son réglage exact dans le plan focal. De plus certaines perturbations étaient produites dans l'enregistrement par des courants parasites d'origine industrielle (éclairage de la salle), perturbations qu'il serait possible d'éliminer dans un montage définitif. Néanmoins l'examen des pellicules montre qu'il est possible de faire des relevés avec une précision suffisante pour les besoins actuels de l'Astronomie.

En résumé, les résultats obtenus démontrent, d'une part, qu'il est possible de réaliser des dispositifs simples, permettant de déterminer par enregistrement photographique l'instant précis où un astre, suffisamment brillant, occupe une position donnée dans le champ d'un instrument suffisamment puissant, et, d'autre part, que l'éclat des étoiles, ainsi que la puissance des instruments astronomiques nécessaires pour obtenir un bon enregistrement, peuvent être notablement diminués en faisant usage de galvanomètres photographiques très sensibles, tels que des galvanomètres à corde.

PHYSIQUE. — *Sur une loi reliant le potentiel d'ionisation d'un élément à son point d'ébullition.* Note ⁽¹⁾ de MM. **NICOLAS PERRAKIS** et **PIERRE BEDOS**, présentée par M. Albin Haller.

L'un de nous a établi antérieurement ⁽²⁾ la relation

$$\frac{\lambda}{T} = C_j = 4,07 + 10^{-27},$$

où λ , T et C_j désignent respectivement la chaleur latente de vaporisation de l'électron, sa température absolue d'ébullition et l'entropie électronique.

Cette formule nous permettra, connaissant le point d'ébullition d'un corps, de calculer la chaleur de vaporisation d'un de ses électrons. En d'autres termes, chaque fois qu'un électron s'évadera de l'atome il absorbera $\lambda = C_j T$ quanta d'entropie thermique.

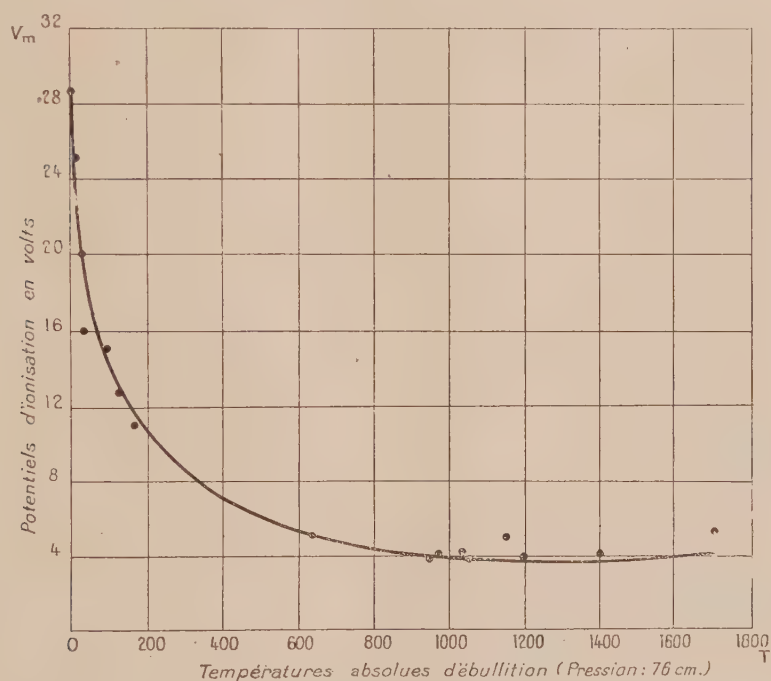
⁽¹⁾ Séance du 13 octobre 1924.

⁽²⁾ **NICOLAS PERRAKIS**, *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 562.

On a tendance à identifier le potentiel d'ionisation de l'électron à sa chaleur de vaporisation. C'est ainsi que M. Jean Bosler⁽¹⁾, dans l'exposé qu'il fait de la théorie de M. Saha, nous dit : « ... le potentiel d'ionisation est une grandeur fournie par l'expérience et particulière à chaque élément : on peut la considérer comme la chaleur latente d'évaporation de l'électron. »

Cette interprétation du potentiel d'ionisation ne semble guère acceptable.

En effet, d'après la loi de Trouton, la chaleur de vaporisation d'un élément est proportionnelle à sa température d'ébullition. Or l'expérience montre que le potentiel d'ionisation d'un élément est, d'une façon générale, d'autant plus ÉLEVÉ que son point d'ébullition est plus BAS.



Cette première remarque faite, nous avons été amenés à chercher la loi reliant ces deux propriétés, que nous croyons pouvoir exprimer par la relation

$$V_m = 28,57 e^{-0,07117 T} + 0,0000093 T^2 \quad (2);$$

(¹) *L'Évolution des Étoiles*, p. 38.

(²) Dans un Mémoire détaillé qui paraîtra dans un autre recueil, l'un de nous donnera l'interprétation physique et le mode d'obtention des divers coefficients. Pour l'instant, nous nous bornons à la relation qui s'accorde le mieux avec l'expérience.

Faisons remarquer que le premier terme de cette équation représente avec précision la loi du phénomène jusqu'à une température voisine de 700 degrés absolus; pour des valeurs de T supérieures à cette température (700° abs.), il est bon d'ajouter le terme correctif, $0,00000093T^2$, dont l'importance croît à mesure que la température s'élève.

Le tableau et le graphique suivants montrent la concordance qu'il y a entre l'expérience et la relation que nous proposons.

Elément.	Température absolue d'ébullition.	Potentiel d'ionisation calculé (en volts).	Potentiel d'ionisation mesuré (en volts).
He	4,25	24,7	25,2
H ²	20,30	20,7	20,0
Ne	30,00	19,3	16,0
Ar	87,20	14,7	15,0
Kr	121,30	13,0	12,7
Xe	163,90	11,5	10,9
Hg	630,00	5,1	5,0
Cs	943,00	4,0	3,8
Rb	969,00	4,0	4,2
K	1030,00	3,9	4,3
Cd	1051,00	3,9	3,7
Na	1150,00 (?)	3,8	5,1
Zn	1191,00	3,7	3,9
Mg	1400,00	3,8	4,3
Li	1700,00 (?)	4,2	5,4

Nous n'avons pas fait figurer dans le tableau ci-dessus les valeurs du potentiel d'ionisation relatives à l'oxygène et à l'azote, car nous n'avons pu trouver qu'une seule détermination pour chacun de ces deux éléments. Ces valeurs, du reste, s'écartent considérablement des valeurs calculées.

Cette anomalie pourrait être interprétée ainsi : Pour H², gaz diatomique, on donne comme valeurs mesurées du potentiel d'ionisation des nombres voisins de 11 et de 20. La première de ces deux valeurs correspondrait au cas où un *seul* atome de la molécule est *ionisé*, tandis que la seconde représenterait le potentiel nécessaire pour *ioniser* les *deux* atomes de la molécule.

Il doit arriver quelque chose d'analogue pour O² et N² dont on se propose d'entreprendre l'étude expérimentale.

ACOUSTIQUE. — *Sur la longueur d'onde du maximum d'énergie du spectre sonore d'une explosion.* Note de M. A. DUFOUT, présentée par M. P. Villard.

Dans une récente Note ⁽¹⁾, M. Villard a appelé l'attention sur la dépendance pouvant exister entre la longueur d'onde correspondant au maximum d'énergie dans le spectre sonore d'une explosion, et la masse d'explosif employée.

Un phénomène de cette nature avait été déjà constaté, relativement aux ondes de bouches de pièces d'artillerie, lors des nombreuses opérations de repérage par le son faites durant la dernière guerre; mais à cette époque, ce n'était qu'un fait accessoire apportant des renseignements complémentaires sur la nature de la pièce repérée.

Le but de cette Note est de montrer que ces résultats de repérage associés à l'enregistrement de l'onde acoustique de l'explosion de la Courtine, en mai dernier, constituent déjà une première vérification satisfaisante du fait signalé par M. Villard.

A cet effet, on a reproduit ici, réduits aux deux tiers de leur grandeur naturelle, trois spécimens d'enregistrement d'ondes acoustiques provoquées par détonation d'explosif.

Les deux premiers ont été obtenus sur le front ⁽²⁾: la bande I correspond au repérage d'un canon allemand de calibre 77 (charge d'explosif environ 0^{kg}, 500); la bande II est relative à une pièce allemande à longue portée, calibre 210 (charge d'explosif environ 29^{kg}). Les lettres C et B de ces enregistrements désignent respectivement les ondes de choc et les ondes de bouche, ces dernières étant seules intéressantes ici. Enfin la troisième bande est celle que j'ai obtenue moi-même ⁽³⁾ à Paris lors de l'explosion de la Courtine, le 15 mai 1924 (charge d'explosif 10000^{kg}).

En toute rigueur, au point de vue qui nous occupe, la comparaison de tels résultats n'a de sens que s'ils ont été obtenus dans les mêmes conditions, toutes choses égales d'ailleurs, la masse d'explosif étant seule variable.

Ce n'est pas le cas ici, et pourtant leur comparaison est tout de même

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 617.

⁽²⁾ *S. R. S.*, n° 7, 1^{re} mars et 8 septembre 1918.

⁽³⁾ *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1741.

valable, du moins en première approximation. Il suffit pour s'en rendre compte de se rappeler les caractéristiques du système d'écouteurs électro-

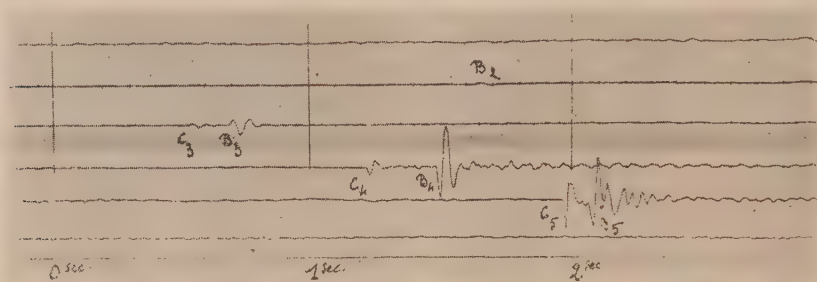


Fig. 1. — Bande de repérage d'un canon de 77.

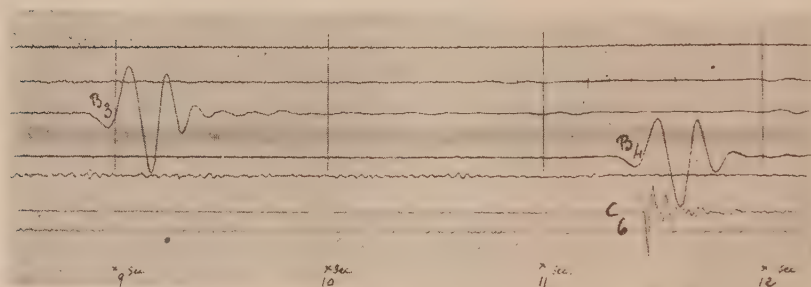


Fig. 2. — Bande de repérage d'un canon de 210.

Dans ces deux cas, on a utilisé 7 écouteurs distincts dont les indications s'enregistrent sur la même bande; on se limite ici à la considération des tracés relatifs aux écouteurs n° 3 et n° 4.

Les traits verticaux renforcés marquent approximativement les secondes successives.

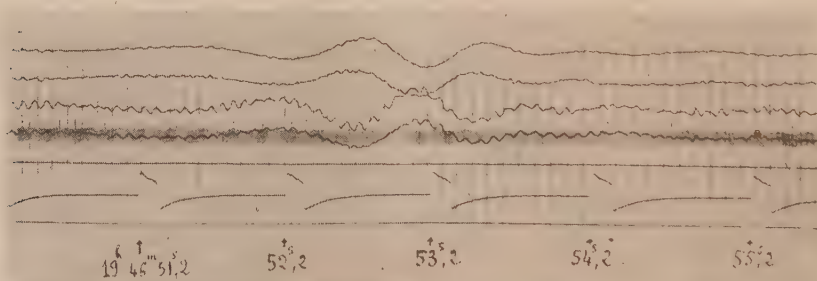


Fig. 3. — Onde acoustique de l'explosion de la Courtine du 15 mai 1924, enregistrée à Paris à l'aide de 4 écouteurs dont les indications correspondent aux 4 tracés supérieurs. Les tops horaires de la Tour Eiffel s'inscrivent sur la cinquième ligne et les secondes d'une horloge sur la sixième ligne.

magnétiques et du procédé optique d'enregistrement employés. Elles permettent d'affirmer, ainsi que l'expérience l'a d'ailleurs montré, que les

indications obtenues pour un phénomène donné ne sont pas modifiées quand on change d'écouteur, même à plusieurs années d'intervalle : j'ai en effet signalé antérieurement que les appareils qui m'ont servi pour l'enregistrement de l'onde de la Courtine sont ceux-là mêmes qui avaient été utilisés sur le front.

Dans cette comparaison, il n'y a pas lieu, évidemment, de rechercher actuellement une approximation notable parce que, d'une part, les ondes sont plus ou moins déformées par les conditions locales, et que, d'autre part, la mesure du temps diffère de 2 à 3 pour 100 pour les diverses bandes.

Les valeurs approximatives des périodes des ondes données par ces enregistrements sont : $\frac{6}{100}$ de seconde pour la bande I (ondes de bouche B₃ et B₄) ; $\frac{18}{100}$ de seconde pour la bande II (ondes de bouche B₃ et B₄) ; environ 1 seconde pour la bande III.

La période du son ultra-grave correspondant au maximum d'énergie dans le spectre sonore varie donc bien dans le même sens que la masse d'explosif utilisée. D'autres expériences seraient nécessaires pour étendre cette vérification et préciser, s'il y a lieu, la loi de variation.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la distribution de longueur des rayons α du polonium dans l'oxygène et dans l'azote.* Note (1) de M^{lle} IRÈNE CURIE et M. NOBUO YAMADA, présentée par M. G. Urbain.

L'étude de la distribution de longueur des rayons α du polonium dans l'air a été faite par l'un de nous (2) par une méthode nouvelle utilisant l'appareil Wilson; le résultat obtenu a été très différent de celui qu'avait fourni la méthode de scintillations, et il a été prouvé que celle-ci n'est pas en état de détecter la majorité des rayons vers la fin de leur parcours.

Les longueurs des rayons se répartissent suivant une loi de probabilité telle que le nombre de ceux qui ont une longueur comprise entre x et $x + dx$ est proportionnel à

$$n = Ke^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2}} \quad \text{où} \quad \xi = x - \rho,$$

ρ parcours le plus probable.

(1) Séance du 13 octobre 1924.

(2) IRÈNE CURIE, *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 434; *Journ. de Phys. et Rad.*, t. 4, 1923, p. 70.

On a trouvé $p = 3^{\text{mm}},85$ (en rapportant à l'air sec à 15° et 760^{mm} de pression) et $\frac{\alpha}{p} = 0,015$, ce qui donne $\alpha = 0^{\text{mm}},60$. La précision sur α est de 5 pour 100.

Un petit nombre de rayons, 10 pour 100 environ du nombre total, ne rentrent pas dans la loi de probabilité. Leur longueur est un peu inférieure au parcours le plus probable.

Comme suite à ce travail, nous avons étudié la distribution de longueur dans l'azote et dans l'oxygène. Il est particulièrement intéressant de comparer ces distributions, car il a été montré récemment ⁽¹⁾ que les courbes de Bragg relatives à ces gaz ont une forme sensiblement différente l'une de l'autre. Si l'on ramène les courbes à un même parcours extrapolé, le maximum de la courbe d'ionisation dans l'azote est notablement plus voisin de l'extrémité du parcours que pour la courbe d'ionisation dans l'oxygène. Il s'agit de voir si cette différence est entièrement attribuable à la loi de variation de l'ionisation le long d'un rayon α individuel, ou si la distribution de longueur n'est pas la même dans les deux gaz.

La méthode employée est exactement celle qui a été décrite par l'un de nous. La source de rayonnement était la même pour les expériences dans les deux gaz : une petite surface circulaire de $0^{\text{mm}},4$ de diamètre (section plane d'un fil de nickel) sur laquelle avait été déposée par électrolyse une quantité de polonium correspondant à un courant d'ionisation totale de 2000 U. E. S. environ.

On a mesuré environ 400 rayons pour l'azote et un peu plus pour l'oxygène ; la forme générale des courbes de distribution de longueur est semblable à celle qui avait été trouvée pour l'air : courbe de probabilité, avec un petit excès de rayons courts.

On trouve pour le coefficient de probabilité :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_1}{\rho_1} &= 0,0208 && \text{pour l'azote,} \\ \frac{\alpha_2}{\rho_2} &= 0,0208 && \text{pour l'oxygène,} \end{aligned}$$

concordance très supérieure à la précision absolue des expériences. Mais l'étude des causes d'erreur montre que la précision relative peut être ici très supérieure à la précision absolue.

Cependant, on peut s'étonner de la différence entre le coefficient $\frac{\alpha}{p} = 0,015$

(1) CONSIGNY, *Diplôme d'études supérieures*, 1923.

trouvé dans l'air et le coefficient obtenu pour l'azote et l'oxygène $\frac{\alpha}{\rho} = 0,208$.

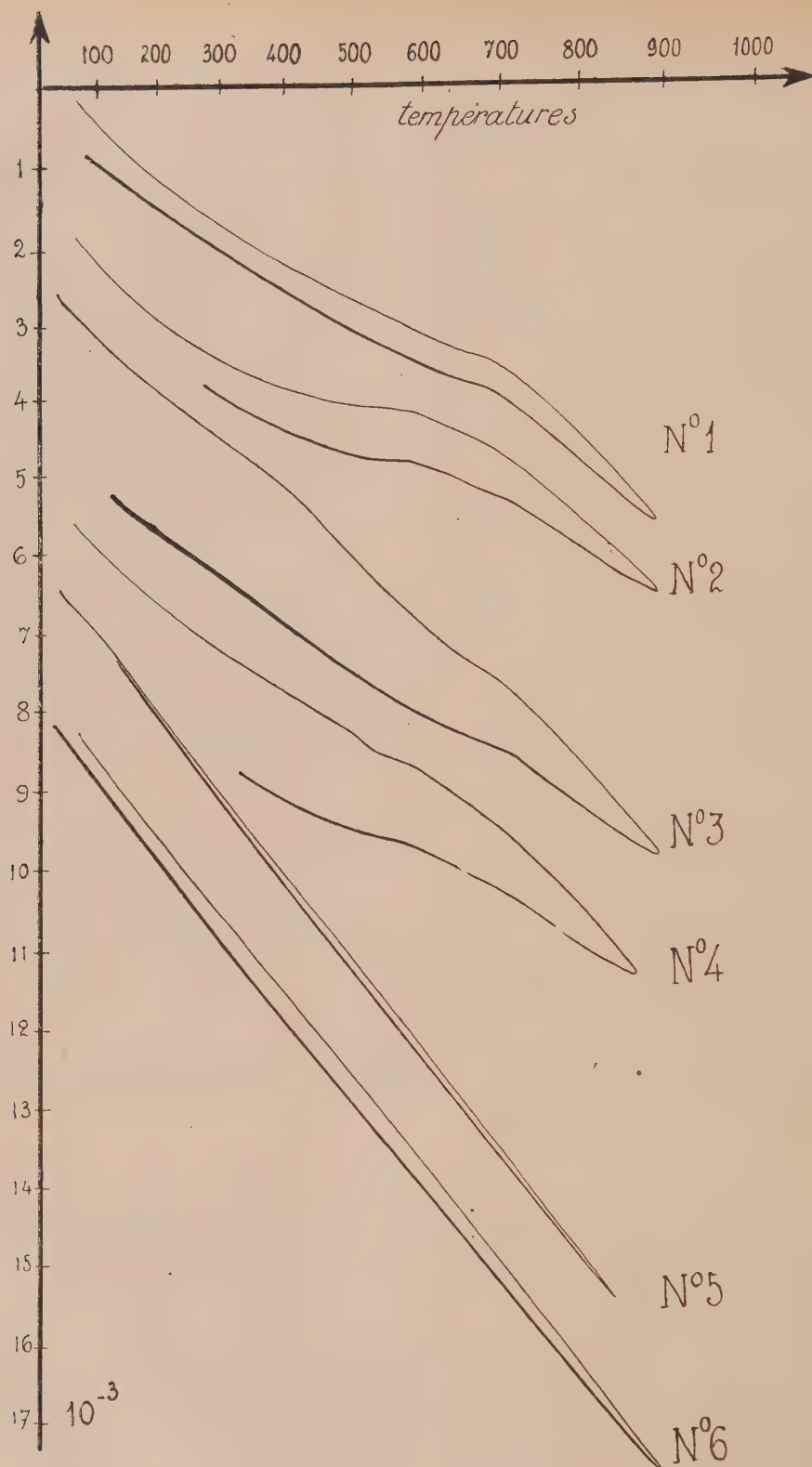
Cette différence tient à ce que la source de rayonnement portait une densité de polonium très supérieure à celle qui avait été employée jusqu'ici et il devait y avoir une absorption non négligeable du rayonnement par le polonium lui-même. On peut calculer, en effet, d'après les mesures du rayonnement, et en admettant une répartition uniforme du polonium sur la surface, que la densité superficielle devait être de 7×10^{17} atomes par centimètre carré, ce qui représente, si l'on admet pour les atomes un pouvoir d'arrêt proportionnel à la racine carrée du nombre atomique, une absorption équivalente à $0^{mm},4$ d'air atmosphérique. On peut calculer qu'une absorption de cette importance modifie la courbe de distribution de longueur de manière à lui donner sensiblement la forme d'une courbe de probabilité de coefficient plus grand que le coefficient vrai. La correction prévue est plus faible que l'erreur sur le coefficient α , mais elle a été appréciée en supposant le polonium réparti uniformément sur la source, alors que pour une répartition irrégulière, la correction serait plus forte; il est possible aussi que la matière utilisée ait contenu quelques impuretés.

La différence entre le coefficient $\frac{\alpha}{\rho}$ trouvé pour l'air et celui qu'on obtient ici s'explique donc suffisamment par une absorption à la surface de la source. On peut conclure qu'il n'existe, à la précision expérimentale, aucune différence entre la distribution de longueur des rayons dans l'azote et dans l'oxygène, en ce qui concerne le coefficient de la loi de probabilité. Le nombre de rayons courts, qui semble à peu près le même dans les deux gaz, sera examiné avec une source plus favorable.

Il résulte de ce travail, que la différence de forme, entre les courbes de Bragg dans l'azote et dans l'oxygène, doit être attribuée à la loi de variation de l'ionisation le long d'un rayon α .

CHIMIE PHYSIQUE. — *Allotropie des sesquioxydes de fer, de chrome et d'aluminium.* Note de MM. GEORGES CHAUDRON et HUBERT FORESTIER, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait que le sesquioxyde de fer, préparé à basse température, subit, quand on le chauffe, une transformation accompagnée d'un brusque dégagement de chaleur (Phénomène de l'incandescence). Il présente donc deux variétés allotropiques; nous avons cherché à en préciser les propriétés.



Courbes de dilatation différentielles.

N° 1, Fe^2O^3 ; N° 2, Fe^3O^4 ; N° 3, Fe^2O^3 trempé; N° 4, Fe^3O^4 trempé; N° 5, Cr^2O^3 ; N° 6, Al^2O^3 .
Échantillon; 3^{me}, 5. Étalon (pyros), 4^{me}. L'abscisse est proportionnelle à la dilatation de l'étalon,
et l'ordonnée, à la différence de dilatation entre l'échantillon et l'étalon.

On prépare l'oxyde instable (donnant le phénomène d'incandescence) en desséchant l'hydroxyde obtenu par précipitation à froid du nitrate ou du chlorure en solutions étendues (10^g par litre).

Le coefficient d'aimantation de l'oxyde instable a été mesuré avec la balance Curie-Chéneveau. Il est 20 fois plus grand que celui de l'oxyde calciné.

L'analyse thermique de l'hydroxyde donne, à 100°, une absorption de chaleur correspondant au départ d'eau, puis, à 400°, le dégagement brusque de chaleur correspondant à la transformation.

Des mesures ont été faites avec l'appareil de M. Chévenard sur des baguettes agglomérées par une pression de 2000^{kg} au centimètre carré. Le bâtonnet fabriqué avec l'oxyde instable se fendille au moment de l'incandescence, ayant subi un retrait de 30 pour 100 environ.

L'oxyde ainsi transformé par la chaleur peut être aggloméré de nouveau; la courbe n° 1 donne la dilatation d'un oxyde calciné préalablement à 1000°. L'oxyde provenant de la calcination du sulfate, de la décomposition à l'air de l'oxalate, et l'oligiste naturel donnent la même courbe de dilatation. Le coefficient de dilatation croît progressivement avec la température et passe par un maximum à 680°. Cette anomalie de dilatation rappelle celle de la magnétite à 570°, étudiée par M. Chévenard (¹). Nous avons refait l'enregistrement de la courbe de dilatation de cet oxyde (courbe n° 2) pour la rapprocher de celle du sesquioxyde.

Des transformations semblables, sans changement de phases, se produisent dans toutes les substances ferromagnétiques; on peut donc penser qu'à cette température de 680° le ferromagnétisme du sesquioxyde de fer disparaît également. Nous nous proposons de le vérifier ultérieurement.

Il était intéressant de voir si, par un refroidissement brusque, par la trempe, on pouvait modifier les courbes de dilatation de l'oxyde ferrique et de l'oxyde magnétique. Les courbes n° 3 et n° 4, faites sur des bâtonnets trempés, montrent un changement très net: dans le cas de l'oxyde ferrique (courbe n° 3) on observe une contraction à 400° et l'on revient sur la courbe normale à 600°; pour l'oxyde magnétique (courbe n° 4) la contraction se produit à 500° et le retour à la courbe normale vers 550°.

Les sesquioxides d'aluminium et de chrome présentent, comme celui de fer, le phénomène d'incandescence. Pour l'alumine, le dégagement de chaleur se produit à 600°; avant d'atteindre cette température, il se pro-

(¹) CHÉVENARD, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 321.

duit à 300° une absorption de chaleur correspondant à la décomposition de l'hydrate $\text{Al}^2\text{O}^3, 2\text{H}^2\text{O}$. Après calcination, l'alumine présente une courbe de dilatation régulière (courbe n° 6).

Pour le sesquioxyde de chrome, l'incandescence se produit à 500° . L'oxyde calciné a, comme l'alumine, une courbe de dilatation régulière (courbe n° 5); il présente un coefficient d'aimantation 3 fois moins considérable que celui de l'oxyde instable, pris avant la calcination.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Système physique des éléments.*

Note (1) de M. C.-G. BEDREAG, présentée par M. M. de Broglie.

Dans les recherches sur les propriétés des éléments ayant un rapport avec la constitution électronique des atomes, telles que les séries spectrales, les séries de lignes X, les propriétés électriques et optiques des atomes ionisés, les propriétés de valence, on se reporte toujours à un système d'ensemble des éléments pour obtenir des termes de repère et des points de comparaison entre les résultats expérimentaux.

Les systèmes ou tableaux actuels des éléments qui dérivent directement de l'ancien tableau de Mendeleeff, même avec les modifications apportées par suite des nouvelles données expérimentales, citons les tableaux récents donnés par Sommerfeld (1922), M^{me} Curie (1923), avec les éléments groupés dans 9 ou 10 rangées horizontales et 8 colonnes verticales, présentent des inconvénients signalés par les auteurs mêmes sur la place des terres rares, celle des triades (Fe, Co, Ni), (Ru, Rh, Pd), (Os, Ir, Pt); enfin le nombre de 6 périodes des éléments, sur lequel on est fixé aujourd'hui avec Bohr, ne ressort pas nettement de ces tableaux.

On a aussi recours à des modèles à trois dimensions, dont le modèle à 2 cylindres de Soddy présente certains avantages.

Nous donnons ci-après un tableau qui contient les éléments disposés dans 6 rangées horizontales correspondant aux 6 périodes; le nombre des colonnes est alors porté à 18, correspondant à 18 familles d'éléments nettement caractérisées par toutes leurs propriétés fondamentales. Nous désignons les colonnes successives par les chiffres romains O, I, II, ..., XVIII; les familles d'éléments par l'un des caractères fondamentaux — la valence caractéristique $0, 1^+, 2^+, 3^+, \dots, 3^-, 2^-, 1^-$, et $1'^+, 2'^+, 3'^+, 4^+, \dots$ — à laquelle se rattachent

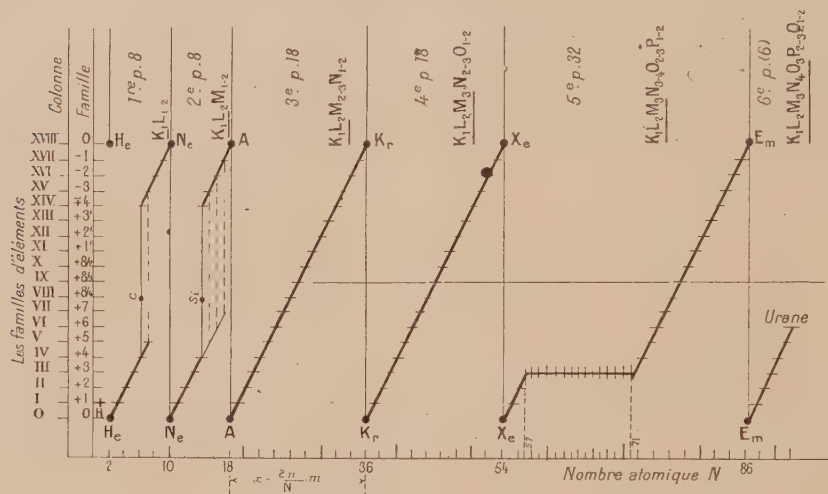
(1) Séance du 29 septembre 1924.

les autres propriétés citées plus haut : la propriété des séries spectrales s'y rattache par la loi de Rydberg-Sommerfeld de déplacement des systèmes de séries spectrales, l'émission des lignes X par la loi de Bohr et de Broglie des niveaux successifs d'énergie K, L, M, N, ... qui caractérisent les six périodes des éléments; les propriétés spectrales des atomes ionisés par la loi de déplacement de Bohr et de Kossel-Sommerfeld des spectres d'étincelles, les propriétés électriques des atomes ionisés par la loi de l'effet Volta et d'électrisation X.

Colonne.....	0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.
Famille.....	0.	1.	2.	3.	4.	5	6.	7.	8/4.	8/3.	8/2.	1'.	2'.	3'.	4.	3.	2.	1.	0.
H																			
N 2-10.....	He	Li	Be	B	C	N									C	N	O	F	Ne
10-18.....	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl							Al	Si	P	S	Cl A
18-36.....	A	K	Ca	Sc	Ti	Va	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
36-54.....	Kr	Rb	Sr	Yt	Zr	Nb	Mo	=	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
54-86.....	Ne	Cs	Ba	La															
				Ce															
				Pr															
				Nd															
				—															
				Sm															
				Eu															
				⋮															
				Yb															
				Lu	Hf	Ta	W	—	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	—	Em
86-92.....	Em	—	Ra	Ac	Th	Pa	U												

Remarques. — I. Dans notre tableau les terres rares occupent une colonne naturelle III et appartiennent à une colonne naturelle 3; les triades occupent trois colonnes VIII, IX, X, et se décomposent en trois familles : Fe, Ru, Os à valence principale paire $8-4$, Co, Rh, Ir à valence principale impaire 3 , Ni, Pd, Pt à valence principale paire 2 ; les anciens sous-groupes de (Cu, Ag, Au), (Zn, Cd, Hg), (Ca, In, Ta) se rangent dans les colonnes suivantes XI, XII, XIII et forment de petites familles à part, se rattachant par bien des propriétés physiques (points de fusion, volumes atomiques, etc.) aux familles des triades précédentes, mais se rattachant aussi par les propriétés de valence $1'$, $2'$, $3'$, et par certains caractères spectraux aux familles respectives 1 , 2 , 3 , des métaux alcalins, alcalino-terreux, etc.

II. Le tableau précédent peut être représenté par un *graphique à deux dimensions* (voir la figure), en portant en abscisses les nombres atomiques



Système physique des éléments : représentation graphique des 18 familles et 6 périodes des éléments, avec indication des niveaux électroniques K, L, M, N,

des éléments et en ordonnées les familles ou colonnes successives O, I, ..., XVIII; les quatre premières périodes du graphique peuvent recevoir une interprétation analytique simple par un développement en série de Fourier

$$y - D = 2C \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[-\frac{1}{n} \sin nx (-1)^n \right],$$

où D et C sont des constantes qui dépendent de l'origine et des unités admises pour les coordonnées et x est une fonction de la période N,

$$x = \frac{2\pi}{N} m,$$

avec $N = 8, 8, 18, 18$, pour les quatre périodes et $m = 1, 2, 3, \dots, N$.

III. On remarque *dans le graphique* qu'il y a certains éléments des première et deuxième période qui peuvent appartenir à deux colonnes V et XV, VI et XVII, VII et XVII, et qu'il y a en outre le C et Si qui peuvent être inscrits dans trois colonnes IV, VIII, XIV. Ce fait s'interprète par une souplesse particulière dans la constitution intérieure électronique, qui entraîne tantôt des affinités +, tantôt des affinités -.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons silicatées de cadmium.*

Note (1) de M. A. DUBOIN.

J'ai réussi à obtenir des combinaisons silicatées du cadmium en appliquant avec ses diverses variantes la méthode générale de synthèse (2) qui m'a permis d'obtenir de nombreux silicates doubles de potasse et d'autres bases.

On projette dans du fluorure de potassium fondu dans un creuset de platine de la silice, puis de l'oxyde de cadmium précipité jusqu'à ce que ce dernier cesse de se dissoudre : après refroidissement lent et reprise par l'eau, il reste un produit non cristallisé, constitué en grande partie par des grains sphériques, mais que je n'ai pu séparer complètement des aiguilles allongées, à contours arrondis.

J'ai alors laissé refroidir le culot et l'ai refondu avec un excès de chlorure de potassium. La chauffe a été prolongée dans quelques expériences jusqu'à 72 heures. Après refroidissement lent et reprise par l'eau, on trouve au fond du creuset un culot insoluble, de composition très variable, et un mélange de produits bien cristallisés.

Les liqueurs denses à bases d'iodomercurate de sodium ou de baryum donnent une partie légère, composée de cristaux prismatiques allongés, qui constituent la partie principale du produit qui, triés sous la loupe, ont été analysés de la façon suivante :

Un poids connu du produit est attaqué par l'acide chlorhydrique : la liqueur est évaporée à siccité au bain-marie et reprise par l'eau acidulée, ce qui donne la silice.

Dans la liqueur filtrée, le cadmium est précipité par l'hydrogène sulfuré, le précipité de sulfure de cadmium est transformé en sulfate que l'on pèse.

La liqueur filtrée, débarrassée du sulfure de cadmium, est additionnée d'acide sulfurique, évaporée à sec puis calcinée pour amener la potasse à l'état de sulfate neutre que l'on pèse.

La composition trouvée conduit à la formule $K_2O, CdO, 4SiO_2$.

(1) Séance du 13 octobre 1924.

(2) *Comptes rendus*, t. 114, 1892, p. 1361 ; t. 115, 1892, p. 56 ; t. 120, 1895, p. 678 ; t. 123, 1896, p. 698 ; t. 141, 1905, p. 254 ; t. 146, 1908, p. 485 ; t. 172, 1921, p. 972.

	Trouvé.	Calculé.
SiO ²	51,04	51,95
CdO.	27,39	27,70
K ² O.....	20,69	20,35
	<hr/> 99,12	<hr/> 100,00

Densité à 0° $D_0 = 3,086$

En même temps que ces cristaux j'ai obtenu la production de cristaux plus volumineux, mais plus rares; quoiqu'ils soient plus denses que les précédents, je n'ai pu les séparer par les liqueurs denses, et je n'ai pu m'en procurer une quantité suffisante qu'en multipliant les expériences. Le mélange qui les contenait ne renfermait plus que 4 pour 100 environ de potasse; malgré un triage très soigné je n'ai pu obtenir un produit complètement débarrassé de potasse, quoique je considère la potasse trouvée comme accidentelle.

Leur composition devrait correspondre à la formule $2\text{CdO}, \text{SiO}^2$ (¹).

	Trouvé.	Calculé.
SiO ²	19,05	18,98
CdO.	79,24	81,01
K ² O.....	1,27	
	<hr/> 99,56	<hr/> 99,99

Dans l'espoir d'éviter la formation du culot signalé dans les expériences précédentes, j'ai remplacé l'oxyde de cadmium par le fluorure, en opérant comme précédemment en présence du chlorure de potassium.

On sait que cette variante m'avait donné la leucite en très beaux cristaux.

Le culot disparaît, en effet, et l'on retrouve encore un mélange de divers produits.

J'ai encore isolé par triage à la main le premier silicate double obtenu précédemment; en plus, par un triage à la main de la partie lourde, des cristaux prismatiques d'une teinte jaune très claire, un peu aplatis, et qui

(¹) Ces cristaux ont la forme de prismes à allongement positif, à extinction longitudinale. Ils sont parfois maclés suivant un plan parallèle à l'allongement, mais le mauvais état des faces ne permet pas de déterminations cristallographiques précises.

Les faces très développées de la zone d'allongement sont très inclinées sur la bissectrice aiguë qui est négative; l'angle des axes optiques est extrêmement petit.

Les indices de réfraction de ces cristaux sont supérieurs à celui de l'iodure de méthylène.

contenaient encore une petite quantité de potasse que je regarde comme accidentelle. Leur composition correspondrait à la formule $3\text{CdO}, \text{SiO}_2$.

	Trouvé.	Calculé.
SiO_2	13,92	13,51
CdO	85,38	86,48
K_2O	0,61	
	99,91	99,99

Il serait intéressant de reproduire ces derniers silicates par une autre méthode. J'ai essayé d'appliquer la méthode de Lechartier (fusion des éléments dans le chlorure de calcium fondu); elle ne donne pas le résultat cherché, car lorsqu'on ajoute de l'oxyde de cadmium à du chlorure de calcium en fusion, il se produit une double décomposition à la faveur de laquelle tout le cadmium se volatilise à l'état de chlorure.

MINÉRALOGIE. — *Analyse spectrale de la météorite du 19 juin 1924.*

Note de M. M. RISCO.

Nous avons étudié un morceau d'un demi-kilogramme de la météorite qui tomba à Olivenza, province de Badajoz (Espagne) le 19 juin à 9^h 35^m, et dont le poids total était, selon nos références, de 100^{kg} environ.

Cette Note contient une avance des résultats obtenus, laissant pour un Mémoire qui paraîtra prochainement la publication du travail *in extenso*.

Nous avons suivi la méthode ordinaire de l'arc au charbon. L'échantillon analysé a été préparé soigneusement avec divers fragments pris de la masse intérieure du météorite.

Nous avons fait usage du spectrographe autocolimateur de Hilger, pourvu d'un réseau de 45000 lignes. Entre 3600 et 4600 u. A. plusieurs centaines de raies ont été mesurées par rapport aux étalons secondaires du fer sur des plaques photographiques du spectre de troisième ordre.

Tout d'abord on voit que le fer est un des corps prépondérants dans le météorite. Outre cet élément, environ trois cents raies ont été identifiées comme appartenant à d'autres substances.

Voici un cadre qui résume les résultats obtenus, et dans lequel nous avons procuré que chaque corps figure représenté par des raies d'intensités les plus différentes.

Longueurs d'onde en u. A.	Éléments.	Longueurs d'onde en u. A.	Éléments.
3619,38.....	Ni	3995,31.....	Co
42,67.....	Ti	4044,16.....	K
70,42.....	Ni	47,23.....	K
3732,03.....	Cr	48,74.....	Mn
3829,37.....	Mg	77,73.....	Sr
32,30.....	Mg	4102,96.....	Mn
38,30.....	Mg	21,33.....	Co
45,46.....	Co	4215,52.....	Sr
3902,25.....	V	54,34.....	Cr
05,53.....	Si	98,99.....	Ca
33,67.....	Ca	4300,56.....	Ti
44,01.....	Al	79,23.....	V
61,53.....	Al	4554,03.....	Ba(?)
68,47.....	Ca		

Le météorite contient donc : Mg, Al, Si, K, Ca, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Sr et Ba. Nous faisons quelques réserves concernant l'existence du Ba, parce que nous avons seulement pu trouver la raie la plus intense du spectre qui le caractérise.

Ces résultats ont été confirmés en mesurant des plaques photographiques du spectre de premier ordre entre 3500 et 5500 u. A.

LITHOLOGIE: — *Sur quelques roches d'épanchement de l'Yémen.*

Note (1) de M. **DAVID ROTMAN-ROMAN.**

Les *comendites* hololeucocrates forment à Wadi Hadgela (Hadjela) des coulées alternant avec des trachytes et des trachyandésites. Ce sont des roches à la pâte microcristalline fine, de couleur cendrée un peu rosée, dans laquelle sont disséminés des nombreux phénocristaux de quartz arrondis (jusqu'à 3^{mm} de diamètre) et de feldspath rose.

Au microscope, la roche accuse une structure porphyrique prononcée. La pâte présente tous les passages entre une structure microfelsitique jusqu'à une structure microcristalline en passant par une structure cryptocristalline prédominante; elle est constituée seulement par des minéraux

(1) Séance du 29 septembre 1924.

blancs, mais elle est riche en une poudre noire fine représentant la place de métasilicates alcalins; il n'a pas été possible de déterminer la nature du feldspath à cause de la ténuité de leurs microlites; mais en aucun cas on n'a pu distinguer de macles. La poudre noire se concentre parfois pour former des petits nids; d'autres fois elle est agglomérée sur le contour des phénocristaux. On rencontre aussi de rares petites plages allongées de quartz à contours vagues. Les phénocristaux de quartz ont des formes arrondies par corrosion; ils renferment beaucoup d'inclusions d'apatite en prismes grêles. Ils sont parfois associés poéclitiquement à l'orthose microperthitique.

Les phénocristaux de feldspath constitués par une orthose microperthitique sont trois fois plus nombreux que ceux de quartz. Quoique partiellement corrodés eux aussi, ils gardent mieux que le quartz la netteté de leurs contours. Cette orthose est très riche en albite. Il y a d'ailleurs entre les phénocristaux de cette roche tous les passages d'une orthose microperthitique à de minces cordons d'albite et des plages dans lesquelles l'albite a envahi tout le cristal. Dans ces cas, qui sont aussi les plus fréquents, on observe les macles courtes, minces et serrées qui se répètent en rangs parallèles offrant l'aspect de la *Schachbrettalbite* très irrégulière.

Voici la composition chimique de cette comendite (densité 2,585) :

SiO ₂	73,07
Al ² O ₃	9,34
Fe ² O ₃	6,98
FeO.....	0,37
MnO.....	0,43
MgO.....	1,34
CaO.....	2,04
K ² O.....	3,12
Na ² O.....	2,04
TiO ₂	0,16
P ² O ₅	1,07
P. a. f.	1,08
	<hr/> 101,04

2. Dans le *Wadi Saham*, près du village *Houmboulia*, on rencontre des coulées d'un *trachyte sodique hololeucocrate*. C'est une roche formée par de très petits phénocristaux d'une albite-oligoclase à 8-10 pour 100, disséminés dans une pâte microcristalline; ils sont tabulaires (2-3^{mm} de diamètre et de 0^{mm},5 d'épaisseur) et sont maclés suivant la loi de l'albite. La pâte est constituée par deux générations de minéraux. Une première

génération de microlites de plagioclase qui imprime à la roche une structure trachytique un peu divergente, et une deuxième génération constituée par une association à peu près panxénomorphe, formée par des microlites plus petits, un peu plus courts d'un feldspath maclé, et des grains très minces d'un minéral non maclé xénomorphe (quartz?). On rencontre dans la pâte de nombreux nids sphériques de magnétite. Les microlites de plagioclase de la première génération ont la même composition que le feldspath en phénocristaux. La roche contient encore beaucoup de calcite et de chlorite dues à une influence hydrothermale.

3. Dans la région de *Menaka* on rencontre des coulées de laves à faciès trachytique. Leur structure trachytique prononcée, ainsi que l'acidité de leur feldspath, nous empêchent de les ranger parmi les andésites, de même que le rôle tout à fait subordonné du quartz concentré dans la pâte nous détermine à ne pas les considérer comme des dacites,

Ces trachytes sont constitués seulement par du feldspath plagioclase et beaucoup moins de quartz, ils sont complètement dépourvus d'éléments colorés sauf un peu de magnétite. Malgré la teneur en potasse il n'a pas été possible de trouver dans ces roches aucune trace de feldspath potassique exprimé, sauf peut-être dans une dernière venue de la pâte, cristallisée avant le quartz. Ces trachytes, qui, d'après les indications que nous devons à la mission Botez, sont sans aucun doute des roches d'épanchement, doivent être considérés comme constituant une sous-famille à part dans la famille des trachytes, une sous-famille que nous nommerons celle des *plagitrachytes*, en réservant pour les types dont la pâte contient encore plus ou moins de verre le nom spécial de *hyaloplagitrachytes*.

Les phénocristaux appartiennent à l'oligoclase-andésine ou à une andésine acide (environ 35 pour 100 d'anorthite). Ils sont maclés suivant la loi de l'albite et de Carlsbad ou les lois de l'albite et de la péricline. Dans quelques-unes de ces roches, la pâte est constituée par de petits microlites minces d'une oligoclase renfermant environ 20 pour 100 d'anorthite; il existe peut-être aussi un peu d'orthose. De très petits grains de magnétite, parfois de la magnétite en poudre, imprègnent toute la pâte, en se localisant de préférence sur le pourtour des microlites de plagioclase. Une venue ultérieure apporta un peu de quartz et de calcite.

Voici les résultats de l'analyse (Dr N. Metta):

SiO ₂	55,95
Al ₂ O ₃	13,52
Fe ₂ O ₃	12,20
FeO.....	0,85
P ₂ O ₅	1,13
MnO.....	1,64
MgO.....	0,71
CaO.....	6,17
K ₂ O.....	4,23
NaO.....	2,79
P.a.f.....	0,61
	<hr/> 99,80

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude des principes immédiats contenus dans les feuilles et l'épiderme des fruits du pommier.* Note de MM. **GUSTAVE RIVIÈRE** et **GEORGES PICHARD**, présentée par M. L. Maquenne.

La présence de la phlorizine dans les écorces de la tige et de la racine du pommier a été signalée depuis longtemps déjà, mais il ne semble pas que les auteurs des travaux faits sur ce glucoside se soient attachés, depuis Stas et de Konninck, à déterminer la composition des autres parties du végétal. Estimant qu'il devait s'y trouver des aliments de réserve intéressants à connaître, nous avons repris cette étude et examiné particulièrement les feuilles et l'épiderme des fruits du pommier.

Afin de n'altérer aucun des éléments recherchés et notamment de détruire les oxydases présentes, nous avons traité les feuilles fraîches par un excès d'alcool à 95°, d'abord à froid, puis à l'ébullition.

Quant à l'épiderme des pommes, il a été desséché à 50° sous pression réduite (150^{mm} Hg) dans un courant d'acide carbonique sec et ensuite épuisé à chaud par CCl₄ pour le dépouiller de ses matières cireuses; le résidu ne renfermait pas de phlorizine.

En ce qui concerne cette dernière partie de notre travail nous avons été devancés par M. C.-E. Sando (¹). Celui-ci a en effet extrait des épidermes de pommes américaines (Ben Davis et black Ben Davis) les mêmes produits que nous avait donnés la variété française dite Reinette de Caux.

Nous avons retrouvé le triacontane C₃₀H₆₂ fusible à 64° et l'heptacosanol C₂₇H₅₅OH fusible à 81°, ainsi qu'un corps à point de fusion élevé (285°)

(¹) *Journ. biol. Ch.*, t. 56, 1923, p. 457; *Bull. Soc. chim.*, 4^e série, t. 34, 1923, p. 1904.

qui répond à la formule $C^{30}H^{48}O^3$ et que Sando a désigné sous le nom de *malol*. Ce corps, très peu soluble dans CCl_4 , cristallise pendant l'épuisement.

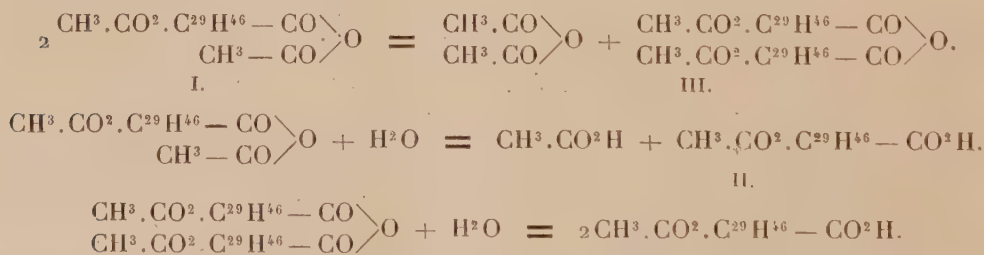
Nous avons obtenu en outre une petite quantité d'un mélange d'hydrocarbures saturés fondant aux environs de 30° et distillant entre 220° et 280° sous 12^{mm}, que nous n'avons pas séparés. Le courant de CO^2 employé à la dessiccation a entraîné du géraniol que nous avons pu recueillir et caractériser par sa diphényluréthane fusible à 82° (1). Mais c'est surtout sur les dérivés du malol que nous désirons appeler l'attention dans cette Note.

Parmi ces dérivés, Sando signale un monométhylmalol $C^{30}H^{47}O^3(CH^3)$ fusible à 171° , un monoacétylmalol $C^{30}H^{47}O^3(COCH^3)$ fusible à $279-281^\circ$, un acétylméthylmalol $C^{30}H^{46}O^3(CH^3)(COCH^3)$ fusible à $243-244^\circ$ et un diacétylmalol $C^{30}H^{46}O^3(COCH^3)^2$ fusible à $199-200^\circ$.

D'après nos recherches ces dénominations sont incorrectes. Le malol est en réalité un acide-alcool et son dérivé que Sando décrit sous le nom de diacétylmalol n'est autre qu'un éther-sel anhydride mixte



en effet, il fond à 200° en se décomposant et se solidifie pour fondre à nouveau à 300° . Cette décomposition est un dédoublement de l'anhydride mixte en deux anhydrides symétriques : l'anhydride acétique qui peut être séparé par la distillation dans le vide et l'anhydride de l'éther acétique du malol, lequel, par hydratation, donne une monoacétine identique à celle que l'on obtient directement par l'action de l'alcool aqueux bouillant sur le prétendu diacétylmalol :



(1) Les tubes de Vigreux dans lesquels circulait le gaz avaient été enduits intérieurement de vaseline ; celle-ci a été dissoute dans l'éther anhydre et traitée par le sodium.

Le géraniol sodé, insoluble, a été lavé par décantation, puis délayé dans l'éther et traité par le chlorure de diphénylurée. Cette réaction nous a donné environ 0^g,250 de de géranyldiphényluréthane.

Ces formules sont vérifiées par ce fait que le dérivé I exige pour sa saponification et sa saturation complètes 3^{mol} d'alcali (NaOH trouvée : 22,1 pour 100 en moyenne; calculé : 22,2) et le composé II, 2^{mol} seulement, qu'il ait été obtenu par hydrolyse de l'éther anhydride I ou par celle de son produit de décomposition III par la chaleur (NaOH trouvée : 16 pour 100; calculé : 16,1).

Le malol est, du reste, un acide bien défini, qui peut se titrer exactement en solution alcoolique bouillante en présence de phthaléine et donne des sels alcalins et alcalino-terreux purs par ébullition avec un excès de carbonate dans l'alcool. Le sel de potasse a donné 48,8 pour 100 de chloroplatinate (calculé : 48,7) et le sel de baryte 22,2 de SO^4Ba (calculé : 22,3). Les sels de plomb, de cuivre et d'argent, insolubles, n'ont pas pu être préparés à l'état pur.

Inversement, ces sels peuvent être décomposés par un excès d'acide carbonique, ce qui montre qu'il doit y avoir entre ces deux corps un état d'équilibre susceptible de favoriser la migration du malol, sous la pression ordinaire, à travers les tissus vivants. Légèrement soluble à l'état de sel, le malol pourrait ainsi parvenir jusqu'à la surface du fruit où il serait insolubilisé, par déplacement, sous l'action de l'acide carbonique ou de l'acide malique.

En conséquence de ces observations nous pensons qu'il convient de remplacer le nom de malol par celui d'acide *maloloïque*; le monoacétylmalol de Sando n'est autre que sa monoacétine et le dérivé improprement appelé par le même auteur diacétylmalol est l'acétine de l'anhydride mixte formé par l'acide maloloïque et l'acide acétique.

Nous pensons que le radical de cette molécule complexe se rattache aux stéroïdes; ce serait le premier corps de cette famille pourvu d'une fonction acide.

La partie de notre travail qui touche à l'étude des feuilles du pommier est en cours d'exécution; disons seulement pour prendre date que nous avons pu extraire de ces feuilles fraîches : 1° une quantité assez importante de phlorizine (environ 1 pour 100); 2° de la phlorétine; 3° environ 2,5 pour 100 de matières grasses qui sont à l'étude; 4° un produit très oxydable non encore identifié, et 5° à peu près 1 pour 100 du même acide maloloïque qui se trouve dans l'épiderme des fruits.

Remarquons en passant que la phlorizine qui est insoluble dans l'eau à la température ordinaire se rencontre en dissolution dans la feuille du pommier.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude du rôle physiologique des tanins. Leur importance dans l'aoûtement des sarments de la vigne.* Note de F. PICARD, présentée par M. H. Lecomte.

Dans une étude ⁽¹⁾ sur l'aoûtement des sarments de la vigne, M. Kövessi énonçait les conclusions suivantes :

Le poids de substance sèche contenu dans un même poids ou dans un même volume de sarment vert est d'autant plus grand que le sarment est mieux aoûté.

Le poids de l'eau varie d'une manière inverse.

Le poids d'amidon renfermé dans un même volume de sarment vert est plus grand dans un sarment bien aoûté que dans un sarment mal aoûté....

... Il résulte de ce qui précède que, pratiquement, on peut déterminer le degré d'aoûtement d'un sarment d'après la quantité d'amidon et de substance sèche qu'il renferme.

Les mesures des diverses parties du sarment, la dimension du bois, du liber, de la moelle, comparatives aux analyses chimiques nous démontrent que la grosseur réelle du sarment n'indique pas toujours le bon aoûtement,

Il était intéressant de rechercher si les tanins, abondants dans presque tous les tissus des sarments, étaient en relation avec le degré d'aoûtement. J'ai opéré sur une série de vingt sarments analogue, à celle étudiée par M. Kövessi : même variété (*Vitis rupestris*, var. du Lot), même origine et même époque de récolte (fin décembre). Les sarments ont été classés par un spécialiste suivant leur degré d'aoûtement, le n° 1 correspondant au meilleur aoûtement, le n° 20 au moins bon aoûtement.

L'étude anatomique en a été faite; j'ai mesuré les différents éléments et observé la localisation des tanins chez les vingt sarments.

Les mensurations sont résumées dans le tableau ci-contre ainsi que les dosages d'amidon et de tanins effectués sur les mêmes sarments.

(1) F. KÖVESSI, *Recherches biologiques sur l'aoûtement des sarments de la vigne*, 1901.

Numéro du sarment.	Dimensions réelles				Dimensions relatives				Quantité de substance sèche dans 100 ^g de sarment vert.	Quan- tité d'amidon pour 100 ^g de sarment sec.	Quantité de tanins pour 100 ^g de sar- ment sec.	Quotient <u>Amidon</u> Tanins.
	Rayon du sarment en millim.	Rayon de la moelle en millim.	Epais- seur du bois en millim.	Epaisseur du liber et de l'écorce en millim.	Moelle.	Bois.	Liber et écorce.	Densité.				
1.....	5,3	2,0	2,3	1,0	0,37	0,43	0,19	0,89	59,37	24,22	24,00	1
3.....	5,0	2,0	2,5	0,5	0,40	0,50	0,10	0,89	60,29	20,32	28,00	0,72
5.....	4,6	2,1	1,9	0,6	0,45	0,41	0,13	0,88	59,62	24,86	29,00	0,85
7.....	4,1	1,5	2,2	0,4	0,36	0,54	0,09	0,94	58,82	23,62	27,00	0,87
9.....	3,8	1,5	1,8	0,5	0,39	0,47	0,13	0,96	60,53	23,92	27,00	0,88
11.....	3,6	1,5	1,6	0,5	0,41	0,44	0,14	0,93	60,95	23,04	22,60	1,04
13.....	3,9	1,6	1,5	0,8	0,41	0,38	0,20	1,03	51,88	18,90	20,00	0,94
15.....	3,2	1,8	0,8	0,6	0,56	0,26	0,18	0,84	53,08	21,23	21,00	1,01
17.....	2,7	1,5	0,7	0,5	0,55	0,26	0,18	0,90	53,33	19,48	27,00	0,72
19.....	2,6	1,4	1,0	0,2	0,53	0,38	0,08	0,98	54,71	14,76	27,00	0,54

Ce tableau montre que :

La densité d'un sarment n'indique pas son degré d'aoûtement ;

Le sarment est d'autant mieux aoûté que son rayon est plus grand ;

La moelle est d'autant plus grande que le sarment est plus mal aoûté ;

Le bois, le liber et l'écorce sont plus importants chez les sarments bien aoûtés que chez les sarments mal aoûtés ;

La quantité de substance sèche augmente avec le degré d'aoûtement, mais c'est un indice sans valeur pratique, d'une façon certaine.

La proportion d'amidon est plus grande chez les sarments bien aoûtés que chez les sarments mal aoûtés.

La quantité de tanins ne semble pas être en rapport avec le degré d'aoûtement.

Ces résultats montrent qu'il est impossible de déterminer le degré d'aoûtement d'après les mesures des divers éléments ou d'après les dosages de l'amidon et des tanins.

Il est à remarquer dans les nombres ci-dessus que le quotient $\frac{\text{Amidon}}{\text{Tanins}}$ est plus grand pour les sarments moyennement aoûtés. Peut-être y a-t-il dans ce fait une indication, mais pour l'interpréter il faudrait être fixé sur le rôle des tanins. Si l'on admet que ce sont des produits d'excrétion dont le végétal ne fera aucun usage, les sarments pour lesquels le quotient est le plus grand doivent être considérés comme les mieux aoûtés ; or, dans la série que j'ai observée il m'est impossible de considérer le sarment n° 11 comme mieux aoûté que le sarment n° 3. Si, au contraire, on considère les tanins

comme des corps utiles à la plante pour son développement, le quotient n'a plus aucun sens jusqu'à ce que les relations entre tanins et amidon soient établies.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse fermentaire de la gentiacauline. Obtention d'un xyloglucose, le primevérose.* Note de M. MARC BRIDEL, présentée par M. L. Guignard.

La gentiacauline est un glucoside jaune, cristallisé, que j'ai découvert, en 1913, dans le *Gentiana acaulis* L. ⁽¹⁾. Ce glucoside fournit, par hydrolyse acide, un produit jaune cristallisé, insoluble dans l'eau, la gentiacauléine et un mélange, en proportions équimoléculaires, de glucose et de xylose ⁽²⁾.

Au moment de ces recherches, je n'avais trouvé aucun ferment susceptible de dédoubler ce glucoside. J'ai été ramené à en reprendre l'étude et j'ai reconnu que deux produits fermentaires effectuaient facilement l'hydrolyse de la gentiacauline. Le premier de ces produits est retiré des graines de *Rhamnus utilis* L. et a permis dernièrement à M. Charaux d'hydrolyser la rutine en quercétine et en un nouveau glucide, le rutinose, qui fournit à l'hydrolyse acide un mélange équimoléculaire de glucose et de rhamnose ⁽³⁾.

Le second est formé par la poudre fermentaire de *Monotropa Hypopitys* L. que j'avais préparée au cours de mes recherches sur cette plante.

L'hydrolyse de la gentiacauline est la même par l'un ou l'autre de ces deux produits, Elle fournit un principe cristallisé jaune, insoluble dans l'eau, la gentiacauléine, et un xyloglucose qui fait l'objet de cette Note.

Action du ferment des graines de Rhamnus utilis L. — A 100^{cm}³ de solution aqueuse de gentiacauline à 08,646 pour 100, on a ajouté 08,50 de ferment des graines de *Rhamnus utilis* L. préparé par M. Charaux suivant le mode opératoire qu'il a indiqué ⁽⁴⁾. Le liquide limpide est devenu immédiatement louche et, en une heure, il s'est déposé un produit cristallisé en aiguilles jaunes : la gentiacauléine. Au bout de 3 semaines,

⁽¹⁾ Application de la méthode biochimique à l'étude du *Gentiana acaulis* L.; obtention d'un nouveau glucoside, la gentiacauline (*Journ. Pharm. Chim.*, 7^e série, t. 8, 1913, p. 241).

⁽²⁾ Nouvelles recherches sur la gentiacauline (*Journ. Pharm. Chim.*, 7^e série, t. 10, 1914, p. 329).

⁽³⁾ Sur le dédoublement biochimique de la rutine. Rutinose, nouveau biose, provenant de ce dédoublement (*Bull. Soc. Chim. biol.*, t. 6, 1924, p. 631).

⁽⁴⁾ *Loc. cit.*, p. 634.

la rotation du liquide avait passé de $-50'$ ($l=2$) à $-6'$ et il s'était formé 08,1782 de sucre réducteur exprimé en glucose, pour 100^{cm³}. Cette quantité de glucose correspond, ainsi qu'on le verra plus loin, à 08,282 de xyloglucose, soit une proportion de 43,65 pour 100 de la gentiacauline. Dans l'hydrolyse totale, il doit s'en former 50,37 pour 100.

Pour extraire le sucre, on a opéré sur 7^g de gentiacanline que l'on a hydrolysée, dans 1000^{cm³} d'eau, par 2^g de ferment. Après séparation de la gentiacauléine, concentration du liquide filtré, défécation à l'extrait de Saturne et élimination du plomb par l'hydrogène sulfuré, on a distillé le liquide aqueux à sec, sous pression réduite, sans dépasser $+50^{\circ}$. L'extrait résiduel a été repris à l'ébullition par l'alcool à 90° . Le sucre a cristallisé par refroidissement. On l'a purifié par cristallisations dans l'alcool à 90° . On en a obtenu 08,75.

Il cristallise anhydre en lames allongées, groupées. Il possède une saveur faiblement sucrée. Il fond instantanément au bloc Maquenne à $+210^{\circ}$. Il est réducteur : 1^g réduit comme 08,631 de glucose. Il possède la mutarotation comme tous les sucres réducteurs. Son pouvoir rotatoire initial a été trouvé de $[\alpha]_D = +24^{\circ},14$. Le pouvoir rotatoire stable est gauche, $[\alpha]_D = -3^{\circ},30$ ($p = 0,2520$; $v = 10$; $l = 2$; $\alpha = -10'$). Il donne avec l'orcine chlorhydrique à chaud la coloration violet bleu caractéristique des pentoses. Il est hydrolysable à chaud par l'acide sulfurique étendu. Son indice de réduction enzymolytique a été trouvé de 513 et de 510. Le pouvoir rotatoire du sucre formé par hydrolyse est $[\alpha]_D = +35^{\circ},98$: un mélange équimoléculaire de xylose et de glucose possède un pouvoir rotatoire de $[\alpha]_D = +37^{\circ},22$.

Le xylose et le glucose ayant été obtenus à l'état cristallisé du mélange de sucres provenant de l'hydrolyse acide de la gentiacauline, il n'y a aucun doute sur la nature du glucide que l'on vient d'obtenir.

Action de la poudre fermentaire de Monotropa Hypopitys L. — L'opération a été conduite comme précédemment et l'on a obtenu une quantité de xyloglucose représentant 49,84 pour 100 de la gentiacauline. Le sucre a été extrait à l'état cristallisé en suivant le même mode opératoire. Il possède les mêmes propriétés : point de fusion, $+210^{\circ}$; pouvoir rotatoire stable, $[\alpha]_D = -3^{\circ},86$; pouvoir réducteur : 1^g réduit comme 08,643 de glucose; indice de réduction : 505.

L'action des deux produits fermentaires sur la gentiacauline est donc la même.

A l'heure actuelle, un seul xyloglucose a été obtenu à l'état cristallisé, c'est le primevérose de MM. Goris, Mascré et Vischniac (¹). Le

(¹) *Glucosides et essences de Primevère* (Bull. Sci. pharmacol., t. 19, 1912, p. 577 et 648).

point de fusion et le pouvoir rotatoire du xyloglucose de la gentiacauline concordent étroitement avec ceux du primevérose. Le pouvoir réducteur et l'indice de réduction sont différents : 1^g de xyloglucose de la gentiacauline réduit comme 0^g, 631 et 0^g, 643 de glucose et 1^g de primevérose comme 0^g, 590 et 0^g, 623. L'indice de réduction du premier est de 513, 510, 505 et, d'après les chiffres de MM. Goris, Mascré et Vischniac⁽¹⁾, j'ai calculé pour le primevérose un indice de 542 ou de 582.

Malgré ces divergences qu'on arrivera sans doute à expliquer et à faire disparaître d'ici quelque temps, je pense que les deux sucres sont identiques et que l'on peut conclure des expériences ci-dessus que la gentiacauline fournit par hydrolyse fermentaire de la gentiacauléine et du primevérose.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Évolution remarquablement régulière de certains rapports physiologiques (chaux, magnésie, potasse) dans les feuilles de la vigne bien alimentée.* Note de MM. H. LAGATU et L. MAUME, présentée par M. P. Viala.

Sur un coteau siliceux (Grammont près Montpellier), dans une vigne d'aramon qui, par des engrais annuels appropriés, est *bien alimentée*, nous avons en 1923, le 18 de chaque mois, de mai à septembre, prélevé un échantillon des deux feuilles de la base des sarments fructifères, afin d'y étudier l'évolution des rapports des principes minéraux. Nous avons commencé par la chaux, la magnésie et la potasse.

Rapportées à 100 de matière sèche, les masses M_x de chaux, M_y de magnésie, M_z de potasse, trouvées aux différentes époques, figurent au Tableau I. Ces mêmes résultats, exprimés à l'aide d'une commune mesure chimique, l'univalence-milligramme alcaline susceptible de neutraliser exactement une molécule-milligramme d'acide chlorhydrique, fournissent des nombres directement comparables (inscrits aussi au Tableau I) :

$$A_x = 1000 \frac{M_x}{\frac{1}{2}\text{CaO}}, \quad A_y = 1000 \frac{M_y}{\frac{1}{2}\text{MgO}}, \quad A_z = 1000 \frac{M_z}{\frac{1}{2}\text{K}_2\text{O}}.$$

Leur somme est $S = A_x + A_y + A_z$; on a donc $1 = \frac{A_x}{S} + \frac{A_y}{S} + \frac{A_z}{S}$ et, en posant $x = \frac{A_x}{S}$, $y = \frac{A_y}{S}$, $z = \frac{A_z}{S}$, on a $1 = x + y + z$.

L'univalence ou unité alcaline apparaît ainsi comme la somme de trois

(¹) *Loc. cit.*, p. 588 et 589.

fractions de natures différentes. C'est là ce que nous appelons l'*unité alcaline composite*.

Il a paru commode de prendre, comme nombres à comparer,

$$X = 100x, \quad Y = 100y, \quad Z = 100z, \quad \text{avec} \quad X + Y + Z = 100.$$

Cela revient à exprimer l'unité en centièmes, ordre de grandeur auquel atteint la précision de nos mesures et de nos comparaisons. Ces nombres X, Y, Z sont également inscrits au Tableau I.

TABLEAU I.

Époques d'échan- tillon- nage.	Masses pour 100 ^g de matière sèche.			Univalences-milligr. alcalines pour 100 ^g de matière sèche.			Alcalinité totale pour 100 ^g de mat. sèche S.	Constitution de l'unité alcaline composée (en centièmes).		
	Ca O	Mg O	K ² O	Ca O	Mg O	K ² O		Ca O	Mg O	K ² O
	M _x	M _y	M _z	A _x	A _y	A _z		X.	Y.	Z.
18 mai.	1,90	0,19	2,32	67,86	9,45	49,36	126,67	53,57	7,46	38,97
18 juin.	2,95	0,30	2,40	105,36	14,93	51,06	171,35	61,49	8,71	29,80
18 juill.	3,85	0,39	1,99	137,50	19,40	42,34	199,24	69,01	9,74	21,25
18 août.	5,90	0,59	1,86	210,71	29,35	39,18	279,64	75,35	14,15	10,50
18 sept.	7,00	0,69	1,43	250,00	34,33	30,43	314,76	79,42	10,91	9,67

En coordonnées trilineaires (triangle de référence rectangle isocèle, X compté horizontalement, Y verticalement), les systèmes de valeurs simultanées X, Y, Z des cinq prélèvements ont leurs points représentatifs sensiblement sur une même droite $Y = mX + P$. La condition que cette droite passe exactement par les points de juin et d'août donne l'équation numérique $Y = 0,129X + 0,77$.

Des deux relations simultanées $X + Y + Z = 100$ et $Y = mX + P$ il résulte que *deux quelconques des variables X, Y, Z sont liées entre elles par une équation linéaire* : et c'est là un premier fait physiologique remarquable.

Portons maintenant, en simples coordonnées rectangulaires, le temps t compté en mois (18 mai $t = 0$; 18 juin $t = 1$; etc.) comme abscisse, et l'alcalinité potasse Z comme ordonnée. Les positions des cinq points suggèrent qu'ils sont sur une parabole à axe vertical, ayant par suite une équation de la forme $Z = A + Bt + Ct^2$. Si l'on pose comme conditions qu'elle passe exactement par les trois points d'abscisses 0 (mai), 2 (juillet), 4 (septembre), on a l'équation numérique

$$Z = 38,97 - 10,395t + 0,7675t^2.$$

Nous assignons ainsi aux trois variables X, Y, Z et au temps t les relations suivantes :

$$\begin{aligned} X + Y + Z &= 100, & X &= \frac{1}{1+m} [100 - P - A - Bt - Ct^2], \\ Y &= mX + P, & \text{d'où} & Y = \frac{m}{1+m} \left[100 + \frac{P}{m} - A - Bt - Ct^2 \right], \\ Z &= A + Bt + Ct^2, & Z &= A + Bt + Ct^2. \end{aligned}$$

Chacune des trois variables X, Y, Z a donc, en fonction du temps, des valeurs successives toutes représentées par une parabole d'axe $t = -\frac{B}{2C}$. En partant des deux équations numériques déjà indiquées, on trouve :

$$X = 53,375 + 9,207 t - 0,6798 t^2,$$

$$Y = 7,655 + 1,188 t - 0,0877 t^2,$$

$$Z = 38,970 + 10,395 t + 0,7675 t^2.$$

L'axe commun est $t = 6,77$. Le sommet est un maximum pour X et Y , un minimum pour Z . Le Tableau II donne l'approximation.

TABLEAU II.

Constitution de l'unité alcaline composite (en centièmes).

Temps en mois t .	Alcalinité chaux.			
	Valeur expér.	Valeur calculée	Erreur absolue	Erreur relative
	X_1 .	X .	$X_1 - X$.	$\frac{X_1 - X}{X_1}$.
0 (mai).....	53,57	53,375	+0,195	+0,004
1 (juin).....	61,49	61,902	-0,412	-0,007
2 (juillet).....	69,01	69,069	-0,059	-0,001
3 (août).....	75,35	74,876	+0,474	-0,006
4 (septembre).....	79,42	79,323	+0,100	+0,001

	Alcalinité magnésie.			
	Y_1 .	Y .	$Y_1 - Y$.	$\frac{Y_1 - Y}{Y_1}$.
0 (mai).....	7,46	7,655	-0,195	-0,026
1 (juin).....	8,71	8,755	-0,045	-0,005
2 (juillet).....	9,74	9,680	+0,060	+0,006
3 (août).....	10,50	10,430	+0,070	+0,007
4 (septembre).....	10,91	11,004	-0,094	-0,009

	Alcalinité potasse.			
	Z_1 .	Z .	$Z_1 - Z$.	$\frac{Z_1 - Z}{Z_1}$.
0 (mai).....	38,97	38,97	0	0
1 (juin).....	29,80	29,342	+0,458	+0,015
2 (juillet).....	21,25	21,25	0	0
3 (août).....	14,15	14,693	-0,543	-0,038
4 (septembre).....	9,67	9,67	0	0

En dehors de trois cas (d'ailleurs explicables) où l'erreur relative

s'exprime en centièmes, la concordance de l'expérience et du calcul s'exprime par une erreur relative de 0,001 à 0,009: elle est tout à fait remarquable pour un phénomène physiologique aussi complexe, un espace de temps de quatre mois et des variations aussi grandes des trois variables.

Nous considérons donc comme démontrée dans ce cas l'étroite solidarité, telle que nous l'avons formulée, des états successifs du chimisme des feuilles pour ce qui concerne les trois bases: chaux, magnésie et potasse.

PROTISTOLOGIE. — *Sur un organisme du type Ichthyophone parasite du tube digestif de la Lote d'eau douce*. Note de M. L. LÉGER, présentée par M. Henneguy.

Dans une Note antérieure ⁽¹⁾ Léger et Hesse ont fait connaître, dans l'intestin des Truites sauvages des Alpes ainsi que de divers Salmonides d'élevage, la présence d'un organisme parasite qu'ils rattachent au genre *Ichthyophonus* et auquel ils ont donné le nom de *Ichthyophonus intestinalis*. Cette appellation montrant qu'il est à distinguer de l'*I. Hoferi* reconnu par Hofer (1893) puis Laveran et Pettit (1910) comme l'agent d'une épidémie fort meurtrière en Salmoniculture. Celui-ci est en effet susceptible de généralisation dans les divers organes où il présente des stades rameux, tandis que le premier reste localisé au tractus intestinal où, toujours sous la forme sphérolaire, il ne paraît jamais occasionner de troubles graves.

Ces deux espèces d'Ichthyophone sont les seules connues actuellement chez les Poissons d'eau douce et elles ont été jusqu'ici exclusivement rencontrées chez les Salmonides. Nous allons décrire ici une nouvelle espèce d'Ichthyophone que nous avons rencontrée dans la Lote d'eau douce (*Lota vulgaris* C. et V.) et qui nous paraît mériter un intérêt particulier du fait que déjà des organismes de même nature ont été vus dans les Gadides marins (Williamson, 1913); ce qui a fait admettre l'hypothèse que ceux-ci pouvaient transmettre l'*I. Hoferi* si funeste aux Truites d'élevage, lorsque ces dernières sont alimentées artificiellement avec du poisson de mer.

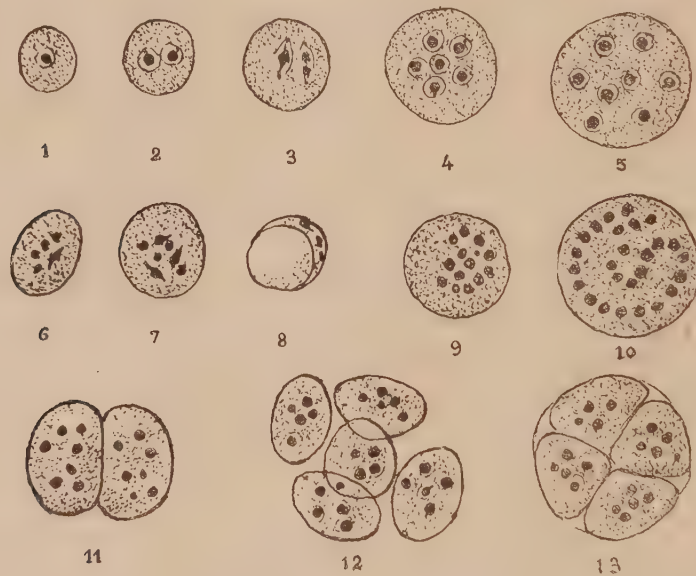
L'Ichthyophone de la Lote est, comme l'*I. intestinalis*, un parasite apparemment non pathogène et purement localisé au tractus intestinal, estomac et intestin. Il se distingue de celui-ci par sa taille toujours plus petite, 20 à 25^µ au lieu de 40, et la présence de stades en boudin ou en

(1) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 420.

biscuit qui n'existent pas chez *I. intestinalis*. Nous le désignerons sous le nom de *Ichthyophonus lotæ* n. sp.

Le parasite, qui a été observé en hiver dans les Lotes du lac Léman, semble d'autant plus fréquent que les Poissons sont plus gros. De petites Lotes de 15^{cm} ne le montrent environ qu'une fois sur dix, tandis que des sujets de 25 à 30^{cm} en renfermaient une fois sur deux.

A la surface interne de la paroi stomacale, les parasites se présentent parfois conglomérés en amas formant des sortes de boules gélatineuses englobées dans le mucus gastrique et comportant souvent plusieurs centaines d'éléments granuleux, sphériques ou ovoïdes de 10 à 25^µ. Plus rares sont, dans ces mêmes amas, des parasites étirés en biscuit ou allongés en boudin, formes qui ne s'observent pas dans l'*I. intestinalis*. Sur toute la longueur de l'intestin on ne trouve plus que des formes sphériques éparses.



Ichthyophonus lotæ n. sp. $\times 1000$. Frottis coloré à l'Hém. Fer. 1' à 5, stades à gros noyaux peu nombreux; 6 à 10, stades à noyaux massifs et nombreux. En 8, stade dégénéré simulant un *Blastocystis*; 11 à 13, divers types de schizogonie.

Au terme de leur croissance, les éléments parasitaires qui montrent de nombreux noyaux, se découpent par une sorte de schizogonie radiaire en 2 (*fig. 11*), 3, 4, 5 (*fig. 12*) et jusqu'à 8 éléments (*fig. 13*) comportant un nombre variable de noyaux, ordinairement de 4 à 6, souvent de taille inégale. Les divisions en 4 ou 5 sont les plus fréquentes. La schizogonie

s'effectue directement sans enkystement préalable et les éléments qui en proviennent d'abord polyédriques puis ovoïdes, se dissocient rapidement (*fig. 12*) et reprennent peu à peu la forme sphérique. Ils continuent alors à grossir en multipliant leurs noyaux par mésomitose avec centrosome intranucléaire. Les rares individus de forme allongée, se découpent de la même façon en série linéaire simple ou double selon leur grosseur et peuvent ainsi donner de 2 (formes en biseau) jusqu'à 12 éléments selon leur taille.

Nous croyons devoir distinguer, dans les innombrables parasites que l'on observe sous la forme sphérolaire dans l'estomac ou dans l'intestin, deux types : l'un à noyaux gros relativement peu nombreux et régulièrement répartis dans le cytoplasme (*fig. 1 à 5*), l'autre à noyaux plus petits, massifs et nombreux, tantôt épars, mais le plus souvent disposés en une spirale irrégulière (*fig. 6 à 10*). Parmi ceux-ci, certains stades dégénérés montrent une grosse inclusion rejetant les noyaux vers la surface et simulent des *Blastocystis* (*fig. 8*).

Le type à gros noyaux a généralement un cytoplasme plus clair et montre toute la série (*fig. 1 à 5*) depuis des stades de 9^u à un noyau central, jusqu'à des stades de 20 à 25^u avec une dizaine de noyaux, parfois davantage. Ces noyaux pourvus d'un gros nucléole, d'un centrosome et d'une membrane nucléaire bien visible, se multiplient lentement par mitose. Les premiers noyaux se disposant régulièrement en cercle vers le centre de l'élément (*fig. 4*).

Dans le type à petits noyaux, ceux-ci, d'apparence massive, sont d'abord tassés au centre; puis, devenus plus nombreux par mitoses simultanées, ils se disposent en un cordon spiralé pour s'éparpiller par la suite (*fig. 6 à 10*). Ici, les plus petits stades sont toujours multinucléés et il semble bien qu'ils dérivent directement de la schizogonie, tandis que les plus gros stades qui peuvent renfermer plus de 30 noyaux avec une taille de 25 à 26^u sont sans doute des schizontes. Par contre, nous ne pouvons dire quelle est la destinée des formes à noyaux gros et peu nombreux et nous ne sommes pas davantage fixés sur l'origine des stades uninucléés qui en représentent le point de départ et que l'on trouve d'ailleurs assez rarement (*fig. 1*). Nous avons à la vérité observé, deux fois dans une préparation, des éléments sphériques multinucléés dont le contenu s'échappait sous forme de petits corps amœboïdes à un noyau; mais comme il s'agissait de parasites recueillis sur un sujet mort depuis quelque temps il est possible qu'il s'agisse là d'un état d'altération.

Les essais de culture ne nous ont donné d'autre part et jusqu'ici que des

résultats incertains, de sorte que la position systématique de cette nouvelle espèce reste aussi indécise que celle de *I. intestinalis*, forme incontestablement très voisine et que nous ne pouvons encore démontrer qu'il s'agisse de Phycomycètes voisins des Chytridinées comme Plehn et Mulsow l'ont montré pour *I. Hoferi*.

MICROBIOLOGIE. — *Sur l'utilisation de l'azote minéral par les microsiphonées du sol*. Note de M. G. GUITTONNEAU, présentée par M. Lindet.

Les Microsiphonées sur lesquelles j'ai précédemment attiré l'attention s'attaquent à la matière organique azotée qu'elles désagrègent ⁽¹⁾. Mais elles peuvent aussi se trouver, dans la terre et dans le terreau, en présence d'azote ammoniacal, d'azote nitreux ou d'azote nitrique. Comme la nature des aliments assimilables présents dans le sol est le facteur essentiel qui y conditionne la prolifération et par suite la répartition des diverses espèces, il m'a semblé nécessaire d'étudier de près l'utilisation de ces trois formes de l'azote minéral par les sept organismes dont j'essaie de préciser le rôle ⁽¹⁾.

Cette utilisation de l'azote minéral est évidemment subordonnée à la qualité des aliments carbonés ternaires, source d'énergie offerte, dans les cultures, aux organismes envisagés. Parmi ces aliments, j'ai choisi la glycérine et la mannite, le glucose, le saccharose et l'amidon, polyalcools et glucides qui m'ont semblé les mieux indiqués pour ces recherches. Les résultats rapportés par Münter et par Selman A. Waksman, dans leurs travaux sur les Actinomycètes, m'ont guidé dans ce choix.

Par contre, j'ai abandonné le mode d'appréciation adopté par ces auteurs, dans lequel on se borne à chiffrer grossièrement la valeur des aliments essayés, en attribuant aux organismes qui les utilisent des notes en rapport avec le degré de développement qu'ils acquièrent sur des milieux synthétiques gélosés convenablement établis. Il est facile, en effet, et beaucoup plus précis, de peser les récoltes obtenues en milieu liquide, ou de doser l'azote qu'elles fixent à l'état organique.

1. Les cultures indiquées dans le tableau I sont obtenues, en couche mince, dans des fioles coniques de 60^{cm}³ renfermant 20^{cm}³ de la solution minérale précédemment définie ⁽²⁾, enrichie de 1 pour 100 d'aliment carboné ternaire et de 1 pour 1000 d'ali-

(1) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 895 et 1383; t. 179, 1924, p. 512.

(2) *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1384.

ment azoté minéral, en présence d'un léger excès de carbonate de chaux. Elles ont été maintenues à 20-25° pendant un temps au moins suffisant pour que les plus avancées d'entre elles aient utilisé la totalité de l'azote mis à leur disposition, puis filtrées à la trompe sur filtre taré qui retient le mycelium avec quelques impuretés (carbonate de chaux en excès, dépôt du milieu minéral, fragments de gélose provenant des ensemencements). Ces impuretés sont éliminées par des lavages à l'acide chlorhydrique très dilué et à l'eau bouillante. Après avoir déterminé le poids du mycelium séché à l'étuve à 100°, on peut doser l'azote qu'il contient (Kjeldahl). La teneur en azote du mycelium ainsi lavé et séché est toujours voisine de 10 pour 100.

TABLEAU I.

Poids du mycelium sec en milligrammes.

Aliment organique.	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.	N° 5.	N° 6.	N° 7.
1. Cultures sur carbonate d'ammoniaque (durée de l'expérience : 46-48 jours) :							
Glycérine.....	34	20	32	16	34	26	16
Mannite.....	2	17	36	1	4	27	1
Saccharose	0	17	18	1	1	2	1
2. Cultures sur nitrite de soude (durée de l'expérience : 24-34 jours) :							
Glycérine.....	24	6	5	24	27	29	16
Mannite.....	3	7	2	1	4	34	0
Saccharose	0	18	3	0	9	1	0
3. Cultures sur nitrate de potasse (durée de l'expérience : 23-32 jours) :							
Glycérine.....	16	1	5	32	43	47	4
Mannite.....	4	3	16	3	2	41	4
Saccharose ...	0	1	10	3	2	15	5

II. Les chiffres précédents montrent que la glycérine favorise particulièrement l'assimilation de l'azote minéral. Je lui ai comparé, à ce point de vue, le glucose et l'amidon dans une expérience, dont le Tableau II donne les résultats, et qui a duré de 23 à 32 jours.

Dans ces essais chaque culture de 20^{cm}³, préparée et traitée comme il a été dit plus haut, a reçu une dose d'azote voisine de 3 milligrammes (de 2^{mg},8 à 3^{mg},4) sous la forme de sulfate d'ammoniaque, de nitrite de potasse ou de nitrate de potasse. C'est ici le poids de l'azote fixé dans le mycelium qui permet le mieux d'apprécier le développement des organismes. Le poids même de ce mycelium, qui ne peut être déterminé directement avec une exactitude suffisante dans les cas où l'amidon n'a pas été totalement saccharifié par l'organisme lui-même, s'obtiendra approximativement comme nous le savons, en multipliant par 10 les chiffres du Tableau II.

TABLEAU II.

Azote du mycelium en milligrammes.

Aliment organique:	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.	N° 5.	N° 6.	N° 7.
1. Cultures sur sulfate d'ammoniaque :							
Glycérine	2	0,2	2,1	3,3	1,9	3	1
Glucose	2,4	0,5	1,6	2,1	1,9	2,1	0,7
Amidon	1,8	0,4	2,7	3,1	2,7	3,4	0,6
2. Culture sur nitrite de potasse :							
Glycérine	2,2	0,2	0,5	2,3	2,4	2,8	0,9
Glucose	2	0,2	0	2,4	1,2	2,3	0,3
Amidon	0,1	0,1	0,3	2,6	2,5	2,3	0,2
3. Cultures sur nitrate de potasse :							
Glycérine	1,3	0	0,3	1,9	2,8	2,8	0,3
Glucose	3	0,5	0,6	2,1	0,7	2,4	0,2
Amidon	2	0	1,4	2,6	0,6	2,3	0,3

Conclusion. — L'examen des résultats rapportés dans cette Note montre que les microsiphonées peuvent assimiler l'azote nitrique, l'azote nitreux et l'azote ammoniacal.

Dans les conditions de mes expériences, l'azote ammoniacal semble être, d'une manière générale, plus favorable à l'ensemble du groupe que l'azote nitreux ou que l'azote nitrique. Mais les différences constatées sont, dans la plupart des cas, peu importantes (Tableau II) et c'est surtout la nature de l'aliment carboné ternaire employé comme source d'énergie qui conditionne le développement des organismes dans les milieux synthétiques étudiés (Tableaux I et II).

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Contribution à l'étude des sérums normaux.*

Note de M. AUGUSTE LUMIÈRE, présentée par M. Roux.

Dans une Communication récente (¹), nous avons signalé la curieuse propriété des sérums humains normaux qui, fréquemment toxiques quand on les introduit dans la circulation du cobaye, perdent leur nocivité lorsqu'ils sont soumis pendant quelques minutes à l'action du vide et reprennent

(¹) AUGUSTE LUMIÈRE et H. COUTURIER, *Sur la toxicité des sérums normaux* (*Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 218).

leur toxicité primitive quand ils sont traités par l'acide carbonique sous pression.

Nous avons donné de ces faits une interprétation que les constatations expérimentales suivantes ont mise en défaut :

Partant d'un sérum humain normal, fortement convulsivant, en injection dans le cœur gauche du cobaye à la dose de 1^{cm} et tuant l'animal en quelques minutes, nous avons placé ce sérum sous la cloche à vide à 37° pendant 15 minutes ; il se fait alors une floculation relativement grossière qui peut être injectée de la même façon dans le sang du cobaye sans occasionner d'autres symptômes qu'une légère agitation.

Si l'on centrifuge énergiquement ce sérum, de façon à éliminer le flocculat aussi complètement que possible, l'injection intravasculaire du liquide sérique limpide ne déclenche plus aucune crise convulsive, mais il provoque un choc grave qui débute 5 minutes après l'administration de la dose déchainante et se traduit par de la paralysie progressive, bientôt suivie de coma et de la mort au bout d'un quart d'heure environ.

L'action du vide n'avait donc pas détruit la toxicité du sérum qui se trouvait seulement masquée par la présence du flocculat dont le rôle de protection sera expliqué plus loin.

Un sérum humain, primitivement toxique, traité par le vide, parfaitement clarifié par centrifugation et mélange, *in vitro*, avec du sérum de cobaye normal, se trouble en quelques minutes ; si, après une heure de contact, on centrifuge ce mélange pour le débarrasser du précipité formé, son injection est complètement inoffensive.

La floculation qui se produit par l'action réciproque des sérums, quand on les mélange en dehors de l'organisme, doit aussi se faire « *in vivo* » et c'est elle qui est évidemment responsable des accidents paralytiques.

Nous avons montré antérieurement qu'on pouvait éviter les chocs, dans une certaine mesure, par une injection intra-vasculaire préalable d'un précipité chimiquement inerte quelconque, à la seule condition de la choisir sous un état physique convenable qui ne soit pas lui-même trop agressif. On accoutume ainsi, par une irritation modérée, les terminaisons nerveuses endovasculaires à l'excitation brusque par les flocculats qui est le point de départ des chocs.

C'est la formation d'un précipité protecteur, par l'action du vide, qui masque la toxicité du sérum par ce mécanisme d'accoutumance.

Ces constatations expliquent aussi la raison pour laquelle les auteurs qui ont étudié la toxicité des sérums ont observé deux sortes d'accidents,

lorsque les doses injectées ne sont pas suffisantes pour entraîner la mort rapide.

Aussitôt après l'injection surviennent, en général, des convulsions qui durent pendant quelques minutes; l'animal semble se rétablir puis, plus tardivement, un nouveau choc à forme paralytique se manifeste.

Dans le mélange des colloïdes naturels, il se produit fréquemment des floculations successives, comme nous l'avons constaté pour les extraits tissulaires (¹); à chaque période de floculation correspond une crise, et le caractère de ces crises varie suivant l'état physique du précipité, les premières vaccinant, partiellement au moins, contre les suivantes.

Le sérum humain normal, lorsqu'il est toxique, introduit dans le sang du cobaye, donne une première précipitation immédiate qui déclenche les phénomènes convulsifs puis, au bout de quelques minutes, une nouvelle floculation surgit qui amène la paralysie et le coma.

Ces effets des floculats sont supprimés ou atténués considérablement par l'existence d'un précipité vaccinant préformé dans le sérum déchainant, soit que ce précipité résulte de l'action du vide, soit qu'on l'introduise dans ce sérum sous forme de suspension de sulfate de baryte, d'encre de Chine ou de toute autre substance insoluble.

La séance est levée à 15^h30^m.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 13 octobre 1924.)

Pages 1 et 4 de la couverture, au lieu de 16 octobre, lire 13 octobre; même correction au titre de la page 645.

(¹) AUG. LUMIÈRE et H. COUTURIER, *Sur les propriétés toxiques des extraits et des autolysats tissulaires* (*Journal de Physiologie et de Pathologie générale*, t. 21, 1924, p. 716-721).
